PROBLEMAS TEMA3. Curso 2005/2006.

Series Numéricas.

1.- Estudiar la convergencia o divergencia de las siguientes series:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n}}{n^2+1}$; **b)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)^n}$; **c)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{sen^2 n^3}{n^3}$; **d)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n n!}{n^n}$; **e)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(4n^2-1)^2}$;

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$; **g)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n\sqrt{n+1}}$; **h)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a \ln(1+\frac{1}{n})}$; **i)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p - n^q}$, $p < q < 0$;

j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{(3n+1)\sqrt[n]{2n+4}}$; **k)** $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n}-1)^n$; **l)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n+5}{4n^3+3n}$; **m)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+5^n}{6^n}$;

n) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$; **ñ)** $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-1}{n(n+1)(n+2)}$; **o)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+3}{2(3^n)}$; **p)** $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+2}{(n-1)!}$;

q) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+4}{n^3+3n^2+2n}$; **r)** $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n^2+1}{(n-1)!}$; **s)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2-1}$; **t)** $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n+2}{2^{n-1}}$; **u)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{4^n}$

2.- Demostrar las siguientes proposiciones:

a) Si $a_n > 0$ y $\sum a_n$ converge $\Rightarrow \sum \frac{1}{a_n}$ diverge.
b) Si $\sum |a_n|$ converge $\Rightarrow \sum a_n^2$ converge.
c) Si $a_n > 0$ y $\sum a_n$ diverge $\Rightarrow \sum \frac{a_n}{1+a_n}$ diverge.

3.- Estudiar convergencia absoluta y condicional de las series:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$; **b)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}+(-1)^n}$; **c)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$; **d)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{sen\sqrt{n}}{n^{\frac{3}{2}}}$; **e)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!}$;

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(n+5)}{2n!}$; **g)** $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n(\sqrt{n+2}-\sqrt{n})$; **h)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}n^2}{2^n}$; **i)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n}$

4.- Estudiar la convergencia y sumar las series:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+5^n}{6^n}$; **b)** $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$; **c)** $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n-1}{n(n+1)(n+2)}$; **d)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+3}{2(3^n)}$;

e) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+2}{(n-1)!}$; **f)**$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+4}{n^3+3n^2+2n}$; **g)** $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n^2+1}{(n-1)!}$; **h)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2-1}$; **i)**$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n+2}{2^{n-1}}$;

j)$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{4^n}$

5.- Sabiendo que $\sum a_n$ es convergente, determinar el carácter de las series:

a) $\sum \frac{a_n(n^3+5)}{n^5}$ **; b)** $\sum \frac{a_n(n^n)}{n!}$

6.-Probar que si $\sum a_n$ es divergente, entonces $\sum na_n$ también es divergente.