

Modelos de Optimización aplicados a la Planificación de Sistemas de Transporte Público

FRANCISCO A. ORTEGA

Escuela Técnica Superior de Arquitectura

Universidad de Sevilla



**JORNADAS TÉCNICAS SOBRE MODELOS
MATEMÁTICOS EN SISTEMAS DE TRANSPORTE**
Ciudad Real, 18 de Septiembre de 2007.

EL TRANSPORTE ES LA RESPUESTA NATURAL A LA EXISTENCIA DE DIFERENCIAS DE POTENCIAL



Δ Potencial
Gravitatorio

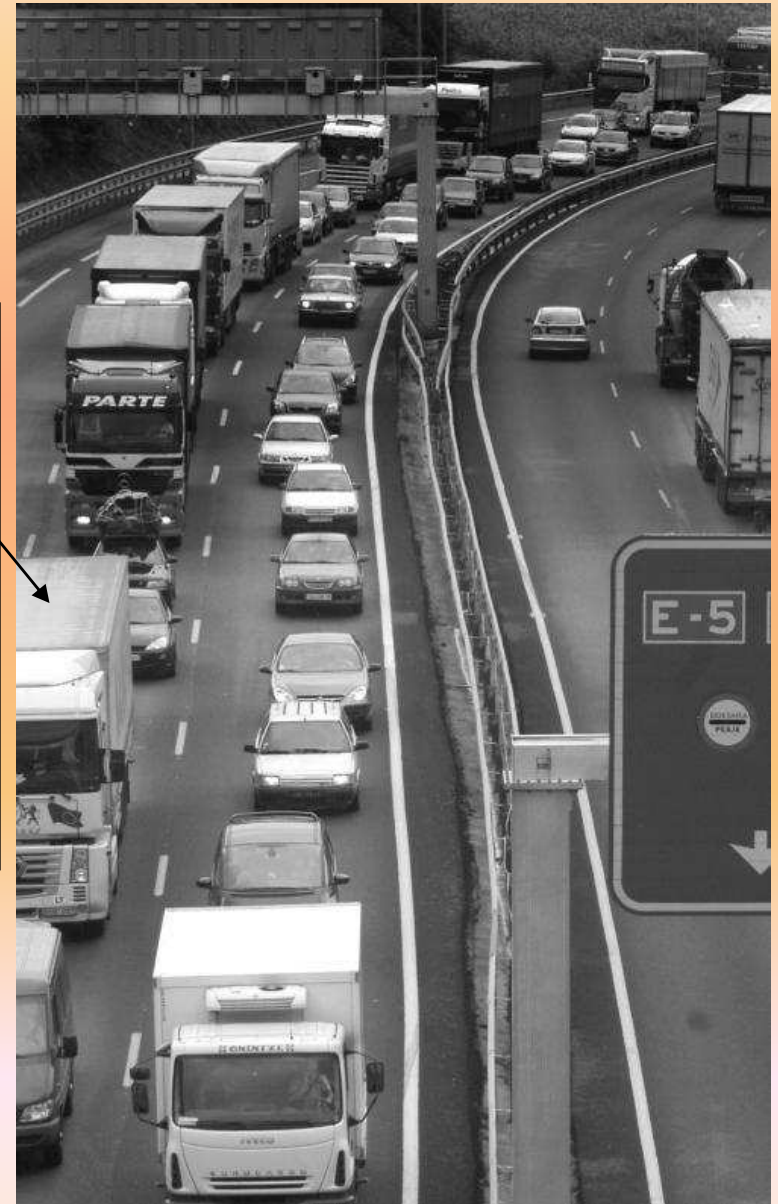
Δ Potencial de
Oportunidades:

- Trabajo
- Estudios
- Servicios
- Bienes de Consumo
- Ocio

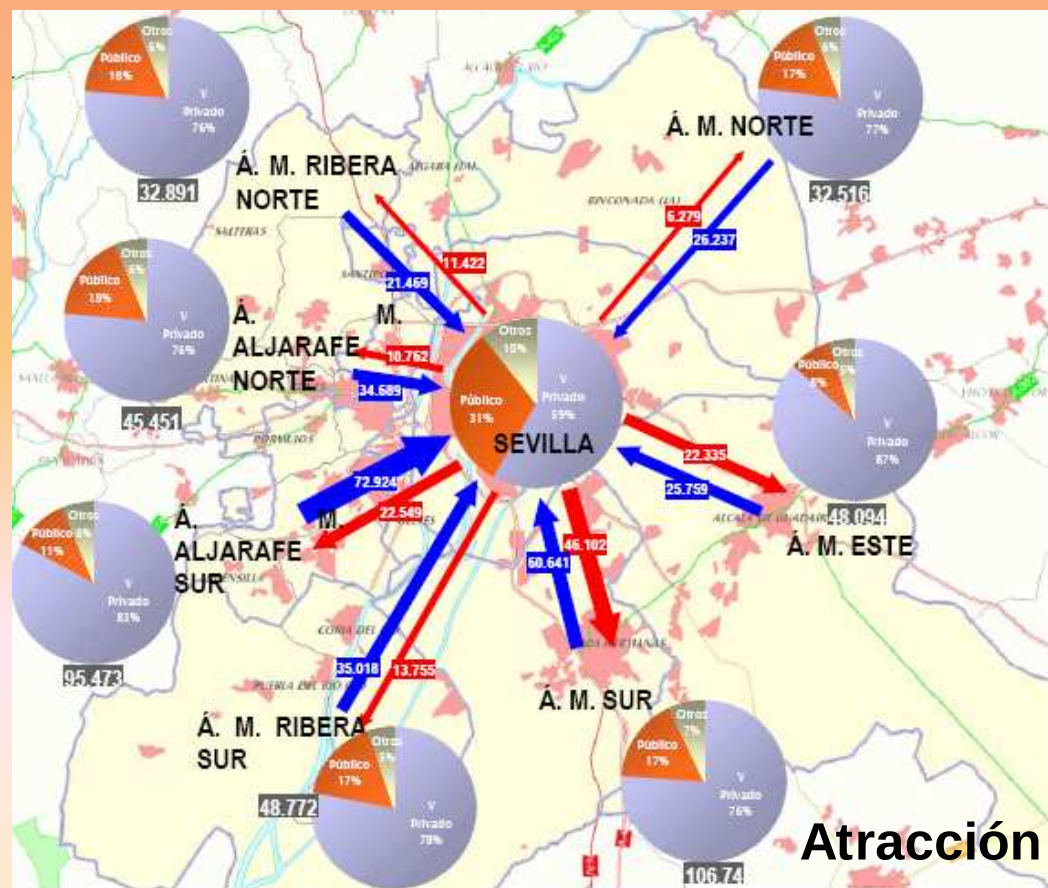
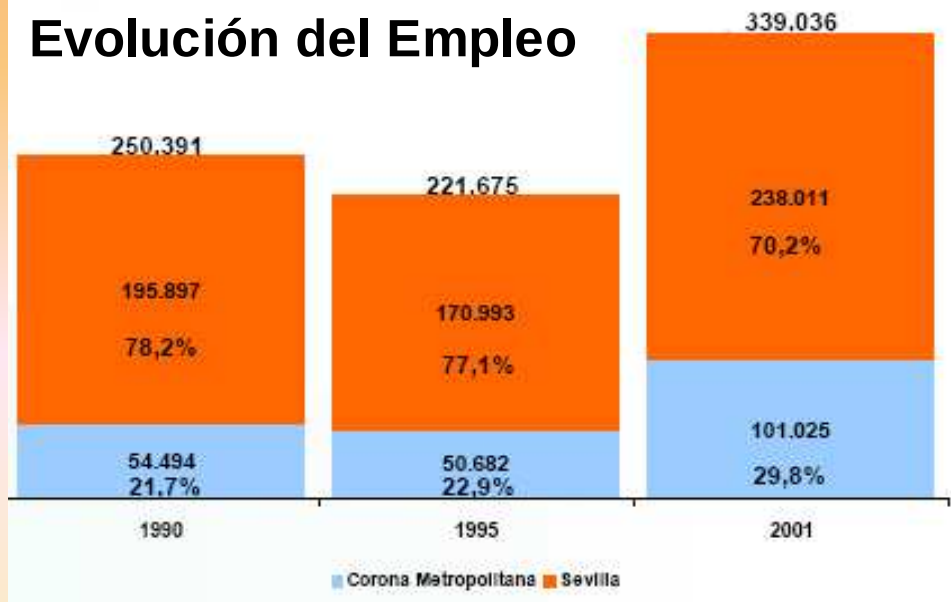
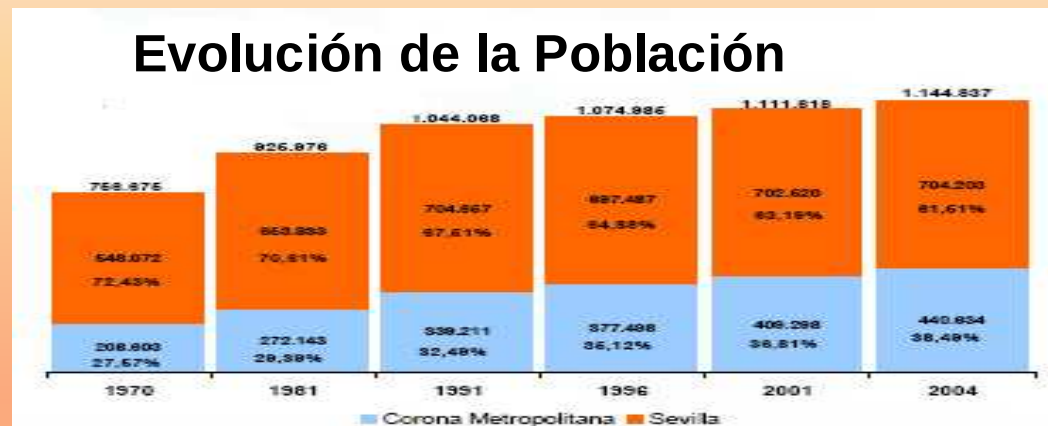
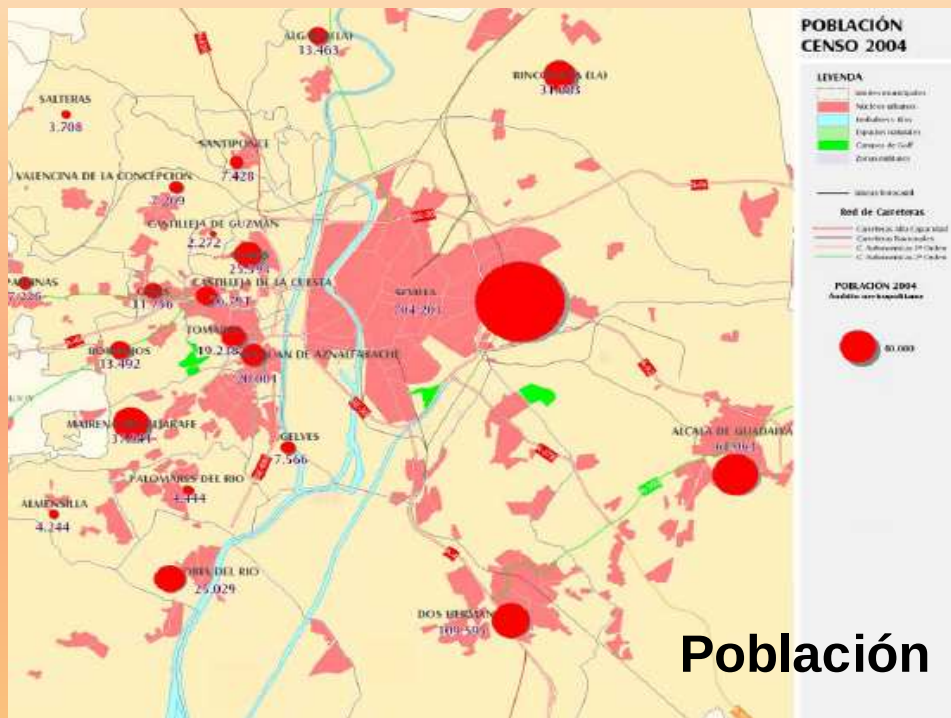
→ Calidad de vida



Δ Potencial
Eléctrico

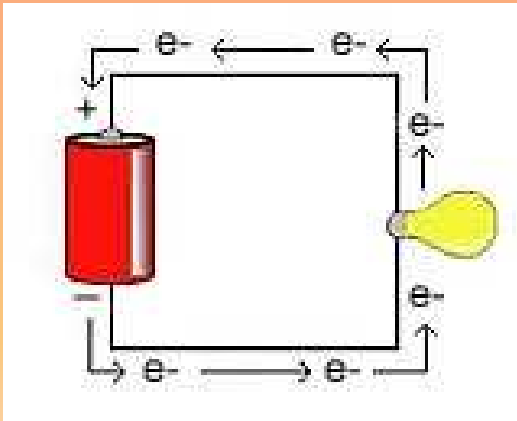


LA HOMOGENEIDAD TERRITORIAL NO EXISTE



LOS ELECTRONES NO ELIGEN ENTRE IR O NO IR. EL CIUDADANO DISPONE DE LIBRE ALBEDRÍO.

Artículo 19 (Constitución Española): “Los españoles tienen derecho a elegir libremente su residencia y a circular por el territorio nacional”.



**Planificación
determinista
con ventanas
temporales**

**Economía
Capacidad
Robustez**

Modelo más complejo:

- Accesibilidad
- Elección de rutas y modos
- Interacción entre modos
- Intercambio modal



DISEÑO TRADICIONAL

Fase 1: Fijar unos objetivos en relación con la movilidad

Fase 2: Identificar una posible solución (o varias según la estrategia que se aplique)

Fase 3: Probarla y evaluarla (simulaciones)

Fase 4: Realizar mejoras a partir de las disfunciones detectadas.

→ Desde el punto de vista científico, este proceso puede resultar ineficiente, ya que no se tiene garantías de que una fase de mejora conduzca a la identificación de la mejor alternativa.

→ El uso de los modelos de optimización permite definir las estrategias más efectivas, obteniéndose soluciones a los problemas propuestos de forma mucho más rápida.

TOMA DE DECISIONES (i)

En las ciudades hay tres formas de tomar decisiones en materia de transporte:

Enfoque Visionario:

→ El alcalde, por lo general, tiene una visión clara de la futura forma que quiere que tenga la ciudad, así como de los instrumentos necesarios para conseguirlo. Los esfuerzos se dedican implementar esta visión de la manera más efectiva posible.



Enfoque Planificador:

→ Se definen los objetivos orientados a solucionar una serie de problemas que una consultora experta e imparcial previamente ha identificado y analizado previamente. Se formulan posibles soluciones a los problemas, seleccionando las que funcionen mejor y se discute con los afectados para averiguar si tienen una visión diferente. Si es así, se re-definen los objetivos de manera consensuada.



TOMA DE DECISIONES (ii)

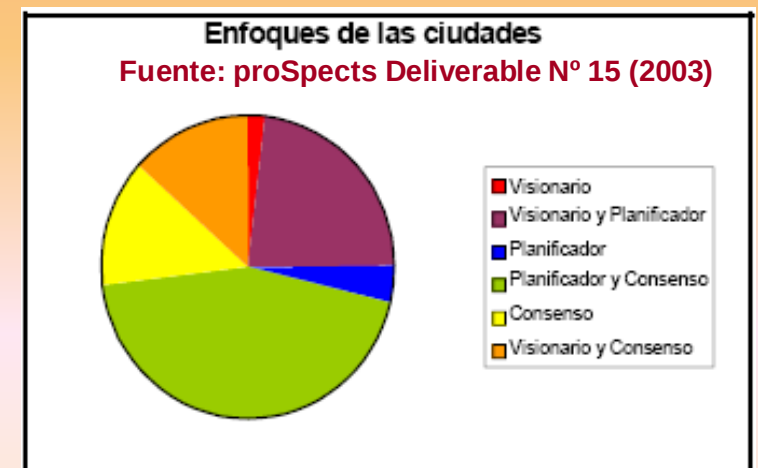
La principal desventaja de este enfoque es que muchos políticos y ciudadanos están menos familiarizados con el concepto abstracto de objetivos (tales como mejorar globalmente la accesibilidad) que con los problemas concretos.

Enfoque de consenso:

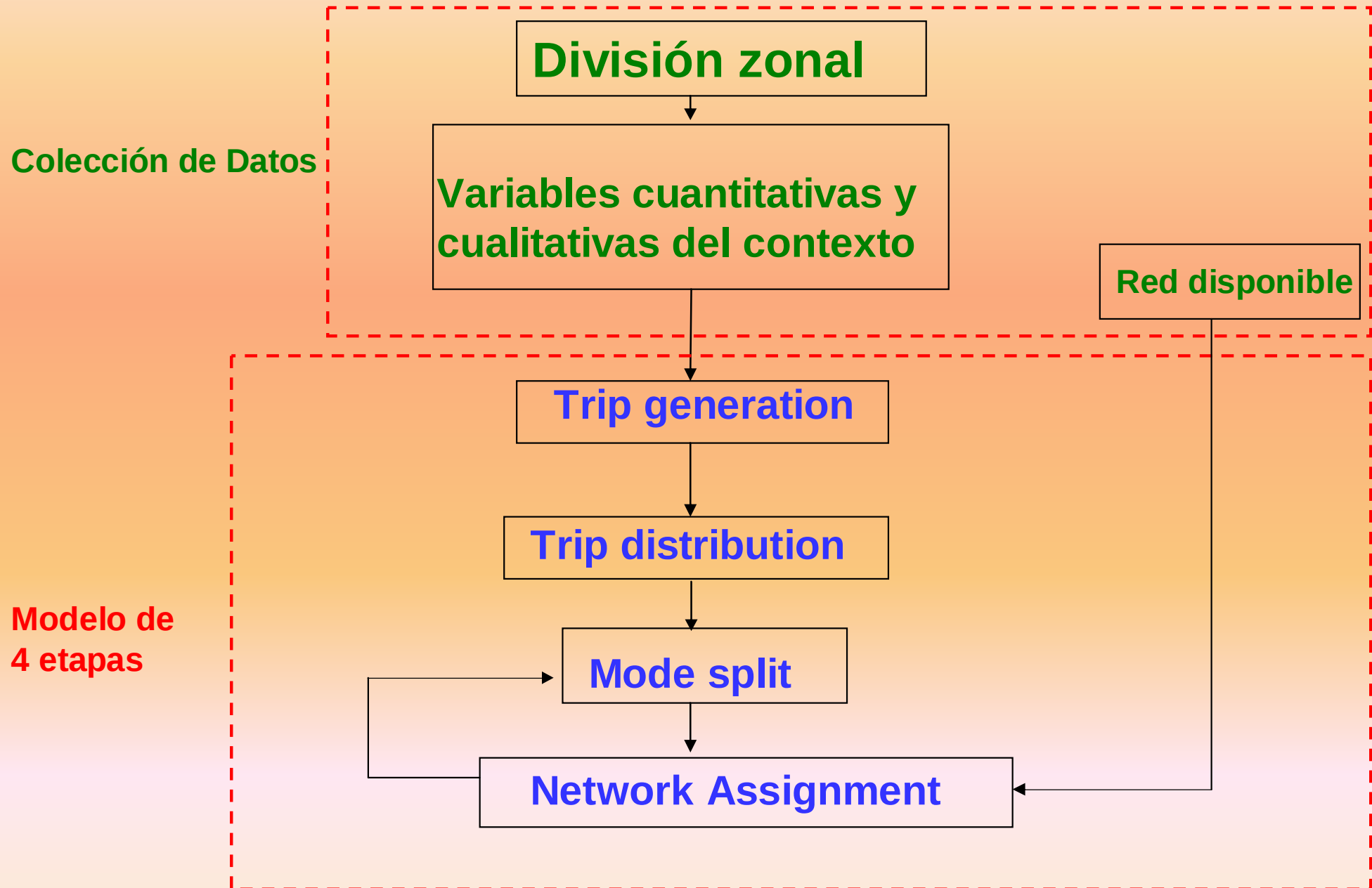
→ Se negocian acuerdos con los afectados desde el principio en cada uno de los pasos de la planificación sobre los objetivos que se persiguen y su importancia relativa; los problemas que hay que abordar y su gravedad; las medidas hay que aplicar y su forma de implementarlas.

¿Qué enfoque adoptan las ciudades?

→ Lo más común es una mezcla de los enfoques planificador y de consenso. La toma de decisiones desde un enfoque exclusivamente visionario o planificador es poco frecuente.



EL MODELO DE CUATRO ETAPAS



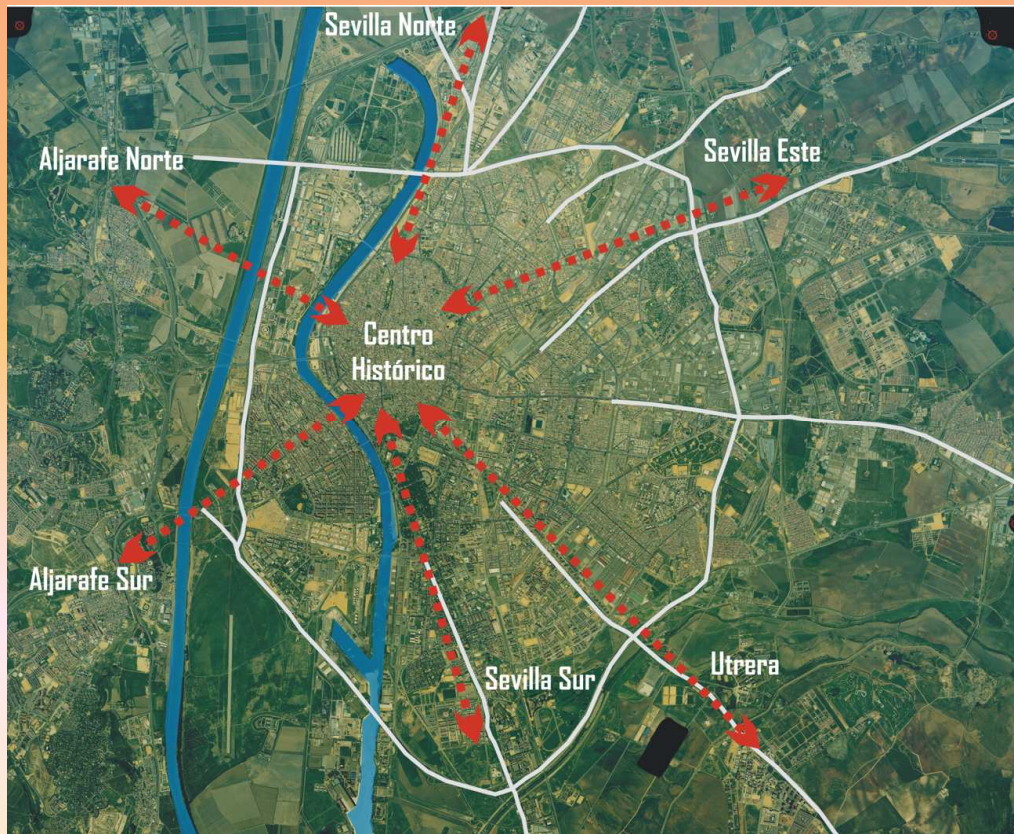
PRIMERA FASE EN EL DISEÑO DE UNA RED

- Identificación de aglomeraciones de población en el área considerada.
- Localización de empleos.
- Puntos generadores de movilidad: áreas comerciales, campus, hospitales, estaciones de tren y autobuses, puertos y aeropuertos.
- Análisis jerárquico de la red de calles.
- Análisis de los modos de transporte existentes
- Restricciones espaciales.

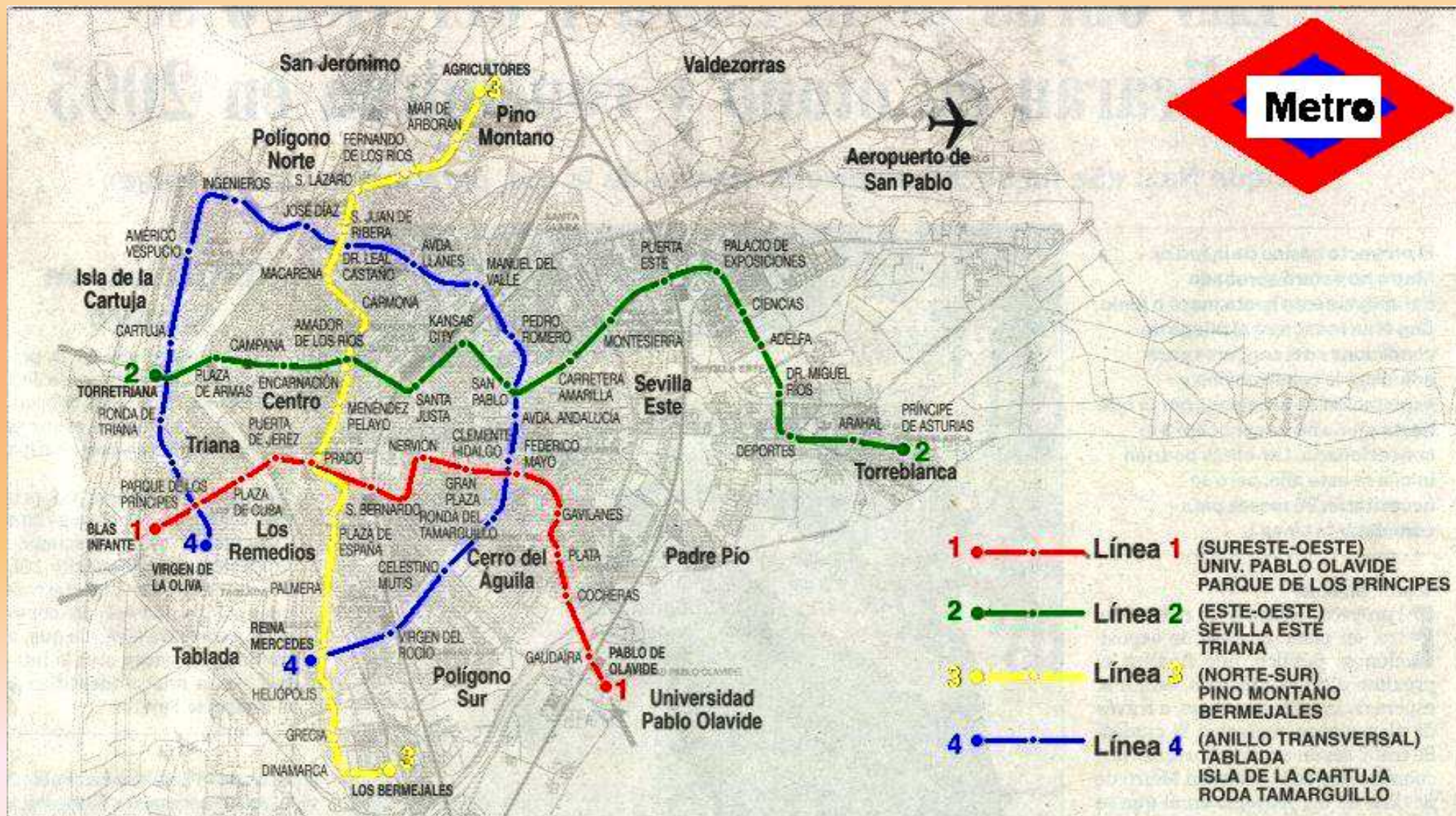


ESCENARIO DE CORREDORES

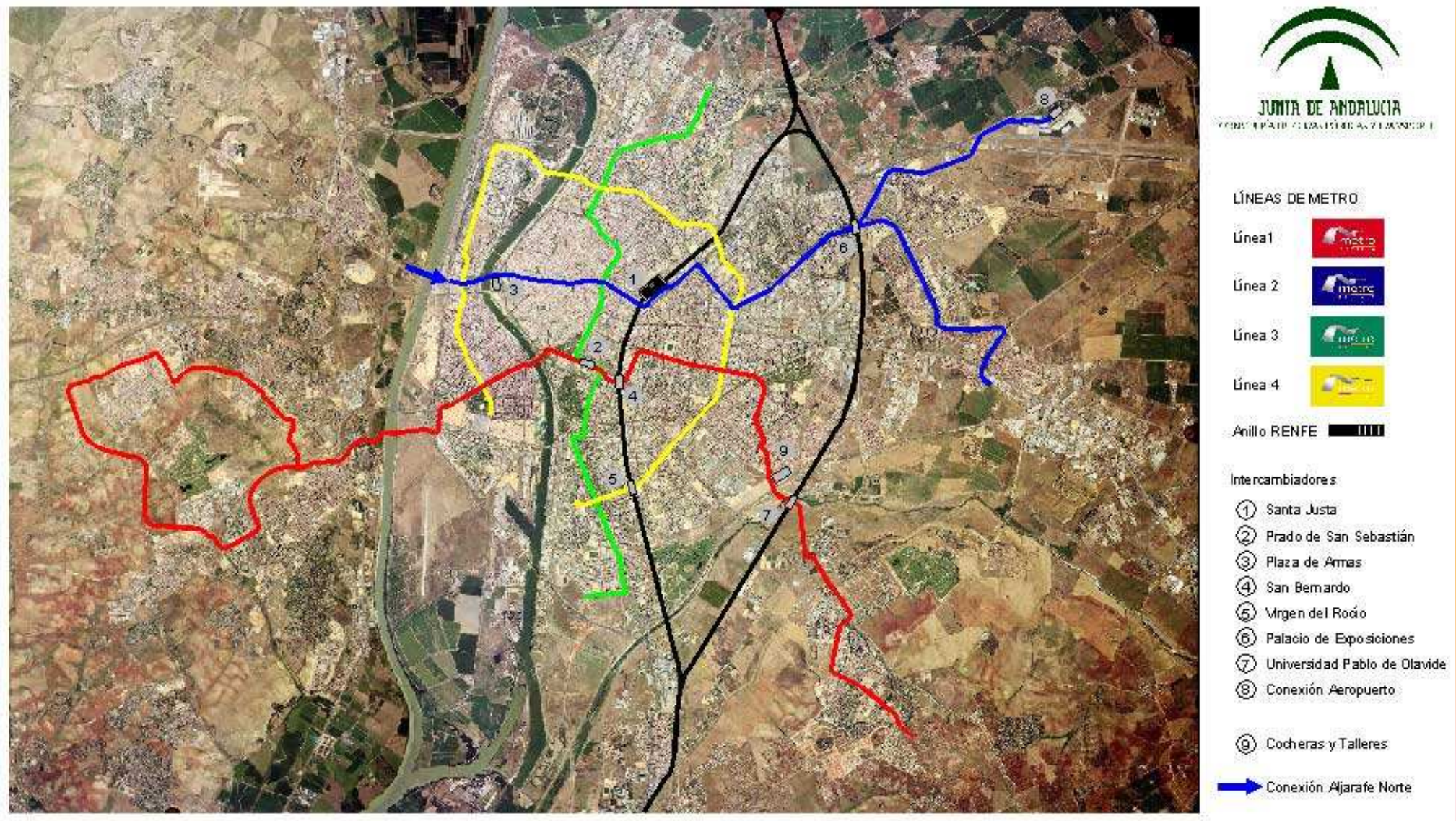
- Utilizando un modelo de convergencia hacia el equilibrio se seleccionan los principales corredores y se determinan sus flujos.
- Estimación a un horizonte a medio plazo.
- Asociación de corredores para formar líneas → Escenarios
- Evaluación de los escenarios resultantes.



PRIMERA APROXIMACIÓN A LA RED DISEÑADA



SEGUNDA APROXIMACIÓN A LA RED DISEÑADA



EL CICLO DE VIDA DE LOS SISTEMAS DE TRANSPORTE



EVALUACIÓN DE ESCENARIOS

- Los escenarios son evaluados en términos de factibilidad técnica, coste, cobertura y utilización, eficiencia, impacto en el uso del terreno, bienes inmuebles, comercio minorista

Bay, P.N., 1985. Determining cost-effectiveness of transit systems.

Transportation Research Board State-of-the-Art Report 2 - Light Rail Transit System Design for Cost-Effectiveness, pp. 9-12

efectos sobre el tráfico y los aparcamientos

Schabas, M., 1988. Quantitative analysis of rapid transit alignment alternatives.

Transportation Quarterly 42, 403-416

medio ambiente

Blackledge, D.A., Humphreys, E.M.H., 1984.

seguridad

Siegel, S.T., 1980.

ETC.

REFINAMIENTO DEL ESCENARIO

- Se pueden requerir varias iteraciones, algunos escenarios se modifican y otros nuevos son introducidos. Un conjunto restringido de soluciones prometedoras se afinan y se adopta una decisión final.

Lundström, L., Järviö, E., Kaitila, K., 1981.

Blackledge, D.A., Humphreys, E.M.H., 1984.

Page, J.H., Demesky, M.J., 1985.

Schabas, M., 1988.

Perrin, S.E., Benz, G.P., 1990.

- Los programas de simulación ayudan a evaluar la factibilidad técnica y a la construcción de algunos alineamientos en potencia:

EMME/2 (Canadá); POLYDROM (Suiza); START, TRIPS (Gran Bretaña); MINUTP, TP+VIPER, TRANPLAN (Estados Unidos); VISEM/DAVISUM (Francia, Alemania).

- **ESTRAUS (1990): Modelo de equilibrio simultáneo para evaluar planes EStratégicos de TRAnsporte Urbano en Santiago.**

Versión generalizada aplicable a cualquier contexto urbano.

CASOS REALES

Edimburgo



- **START:** modelo estratégico de simulación del transporte (probar 70 posibles políticas)
- **DELTA:** modelo de usos del suelo (planificación largo plazo)

Madrid



- **EMME/2:** evaluación de las nuevas infraestructuras en términos de Coste-Beneficio
- Monitorización basada en encuestas de movilidad

Viena



- VISEM:** modelo de generación de viajes basado en modelos de demanda de viajes
- **VISUM:** modelo de simulación del transporte

DOS ENFOQUES SOBRE EL DISEÑO

La literatura sobre el diseño de redes de tránsito puede dividirse en dos grandes grupos:

- Modelos analíticos que resuelven conjuntamente las etapas de distribución, partición modal y asignación mediante un modelo de equilibrio oferta-demanda en el tráfico
- Procedimientos de optimización para resolver el problema de diseño determinando rutas de tránsito, sus frecuencias asociadas y los centros principales de intercambio modal.

En este segundo enfoque se minimiza una función objetivo que generalmente combina costos generalizados del transporte tanto desde el punto de vista del usuario como del operador, ajustándose a una serie de restricciones sobre presupuesto, equilibrio oferta-demanda, gestión del operador, etc.

OBJETIVOS EN EL DISEÑO (i)

- El objetivo de un sistema de tránsito rápido es el de transportar un gran número de personas de manera efectiva y eficiente

Bonz, M., 1983.

Fukuyama, M., 1983.

Quqing, G., 1984.

Blackledge, D.A., Humphreys, E.M.H., 1984.

- De acuerdo con este objetivo, una serie de metodologías de investigación operativa en los últimos años se han orientado hacia el objetivo de maximizar la población cubierta por las líneas y las estaciones que componen la red a decidir.

OBJETIVOS EN EL DISEÑO (ii)

- **PASADO:** Algunos autores no consideraban la cobertura de población como el principal objetivo en el diseño de tránsito. Veían la construcción de un sistema de tránsito rápido como un catalizador del desarrollo urbano

Howard, D.F., 1978: la construcción de un sistema ligero de ferrocarril ha sido beneficioso para el desarrollo del área de Tyne and Wear en Inglaterra.

Alsaadi, J.M., 1983: cita al desarrollo urbano como uno de los motivos principales detrás de la construcción del metro de Bagdad

- **FUTURO:** Los criterios medioambientales pugnan por entrar entre los objetivos preferentes de diseño, pero son difíciles de encajar en un algoritmo genérico de optimización. Esto no quiere decir que se deban de ignorar, pero probablemente es preferible cuantificar estos criterios una vez que el alineamiento en potencia se haya generado.

COBERTURA DEL CORREDOR

- Las primeras iniciativas en la determinación del alineamiento (una red con una única línea) estimaban la población cubierta (a maximizar) en función del número de personas que vivían dentro de una determinada distancia del corredor.

Chapleau, R., Lavigueur, P., Baass, K., 1986.

Wirasinghe, S.C., Vandebona, U., 1987.

- El punto débil de esta aproximación era que no se tenía en cuenta que la gente que vivía cerca de la línea, pero relativamente lejos de una estación, eran menos propensos a usar la red.



COBERTURA GEOMÉTRICA

- Una forma más adecuada de medir la demanda es ver la población cubierta por estaciones. En

Dufourd, H., Gendreau, M., Laporte, G., 1996.

Bruno, G., Gendreau, M., Laporte, G., 1998.

se usan curvas isócronas alrededor de cada estación potencial, con pesos θ_d aplicados a la población que vive dentro de d unidades de camino (a pie) desde la estación. Consideran cuatro niveles de atracción.

- Las distancias a pie se pueden aproximar por una métrica l_p , donde usualmente $1 \leq p \leq 2$.
- Si $\Pi(x, y)$ es la población asociada a las coordenadas del punto (x, y) , la cobertura de una estación localizada en s está definida

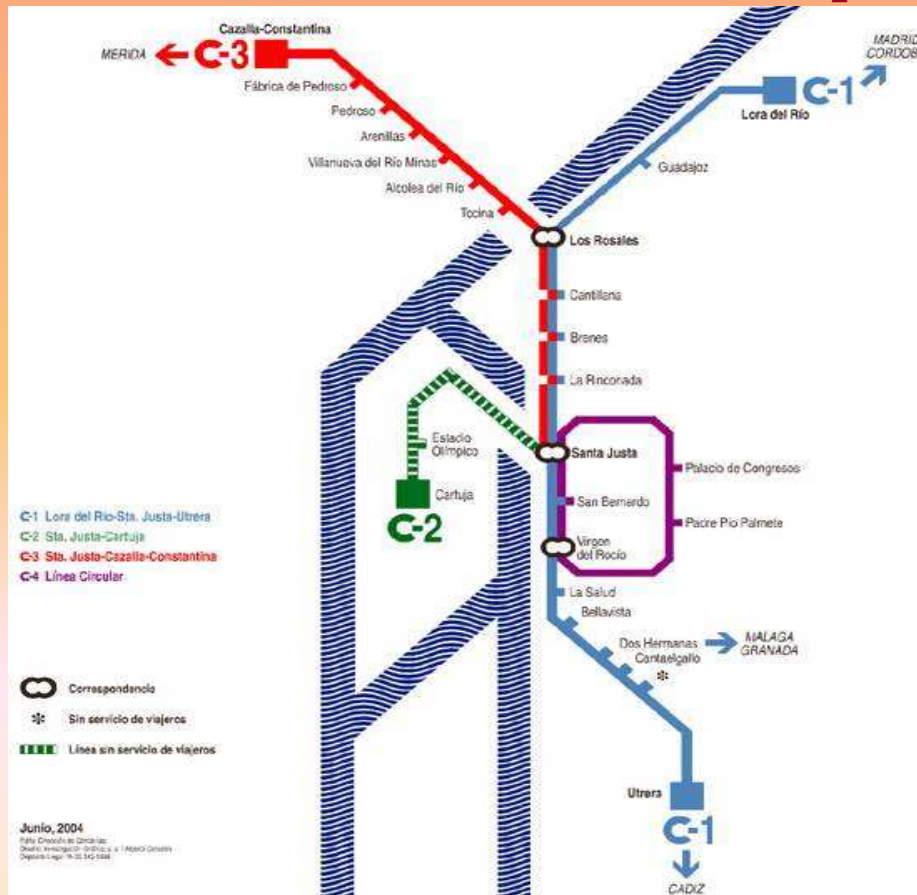
por
$$C(s) = \sum_d \sum_{(x,y): D[(x,y),s]=d} \theta_d \Pi(x, y)$$

La cobertura $C(P)$ de un alineamiento completo $P=(s_1, \dots, s_n)$ es por tanto
$$C(P) = \sum_{i=1}^n C(s_i)$$

COBERTURA SEGÚN LA ATRACTIVIDAD DEL VIAJE

- Esta forma de definir la cobertura de un alineamiento no tendría por qué captar a todos los usuarios. Por ejemplo, una persona que viviera cerca de una estación en un alineamiento norte-sur, pero que viajara en el eje este-oeste es poco probable que fuera cliente de la red.

Laporte, G., Mesa, J. A. y Ortega, F. A. (2000)



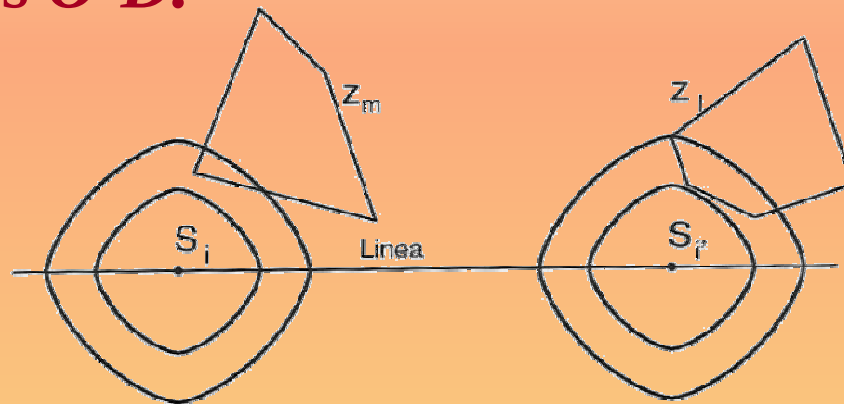
• Determinación de las mejores localizaciones de apeaderos en el Anillo Ferroviario de Cercanías de Sevilla.

• Puntos evaluados: 5
• Acceso a pie y con aparcamientos de disuasión.

$$C(s_i)^{(a,d)} = \sum_k N_k^{(a,d)} g_{ik} f_k$$

COBERTURA DE VIAJE ENTRE PARES DE ESTACIONES

- La noción de *cobertura de viaje*, introducida por Mesa y Ortega (2001), combina la estimación de población captada por las estaciones, de acuerdo con algún modelo de atracción gravitatoria, y las preferencias de viaje de usuarios recogidas en matrices *O-D*.



$$f_{ij} = \sum_{k,k'} OD_{kk'}(i, j)$$

$$OD_{ij}(k, k') = \sum_{l,m=1, (l \neq m)}^L \frac{a^2}{(\bar{r}_k)^2 (\bar{r}_k')^2} \cdot \frac{Area((B_{ik} \setminus B_{i(k-1)}) \cap z_l)}{Area(z_l)} \cdot \frac{Area((B_{i'k'} \setminus B_{i'(k'-1)}) \cap z_m)}{Area(z_m)} \cdot t_{lm}$$

- Esta medida es más precisa que $C(P)$ pero requiere una considerable cantidad de datos y es más difícil de manipular dentro de un algoritmo de optimización.

RESTRICCIONES DE DISEÑO

- El número n de estaciones se suele dar o restringir
- La localización de algunas estaciones del alineamiento se puede fijar a priori.
- El espacio entre estaciones se debe de tratar como una restricción rígida dentro de un intervalo:
 - Las estaciones dentro de la ciudad están normalmente menos separadas que las estaciones suburbanas.
 - Según el tipo de material móvil se puede invertir más o menos tiempo en arrancar, alcanzar la velocidad de crucero y frenar en la siguiente estación.

Bruno, G., Gendreau, M., Laporte, G., 1998.

Bruno, G., Ghiani, G., Improta, G., 1998.

- El límite inferior garantiza que los trenes no tengan que parar frecuentemente. El límite superior significa que los usuarios no tendrán que andar mucho hasta la estación más cercana.

LOCALIZACIÓN DE UN ALINEAMIENTO (i)

Current, J.R., ReVelle, C.S., Cohon, J., 1985

- En este artículo se consideran la población cubierta por el alineamiento y el coste de conexión asociado con la población que se quedaría sin cobertura.

El modelo se puede usar para

- Maximizar la cobertura de población sujeta a restricciones de longitud del alineamiento, o bien,
- Minimizar una combinación de la longitud de alineamientos y del coste de llegar a ellos.

- Maximizar la cobertura de población, usando demandas O/D entre centroides representativos de las zonas de transporte

Bruno, G., Gendreau, M., Laporte, G., 1998.

Bruno, G., Ghiani, G., Improta, G., 1998.

LOCALIZACIÓN DE UN ALINEAMIENTO (ii)

Mesa, J.A., Boffey, T.B., 1996.

Labbé, M., Laporte, G., Rodríguez-Martín, 1998.

- En estos artículos se trata el diseño como problemas de localización de caminos en redes.

- Usando las siguientes variables binarias:

$x_{ij}=1$ si y solo si la arista (v_i, v_j) pertenece a la solución;

$y_i=1$ si y solo si el vértice v_i pertenece a la solución;

$z_i=1$ si y solo si el vértice v_i está cubierto indirectamente;

$z_{ij}=1$ si y solo si el vértice v_i es asignado al vértice v_j .

Se pueden formular como expresiones lineales objetivos

- Minimización de costes $\sum_{(v_i, v_j) \in E} c_{ij} x_{ij}$

- Maximizar la cobertura de población $\sum_{v_i \in V} w_i z_i$

- Minimizar la suma de distancias entre el camino y la demanda de puntos que no están en él $\sum_{v_i, v_j \in V} w_j d_{ji} z_{ji}$

LOCALIZACIÓN DE UN ALINEAMIENTO (iii)

• Y también restricciones sobre:

- El coste total: $\sum_{(v_i, v_j) \in E} c_{ij} \leq k$

- La cobertura necesaria: $\sum_{v_i \in V} w_i z_i \geq k$; $z_i \leq \sum_{j \in S_i} y_j$

- La longitud del camino: $\sum_{v_i, v_j \in V} w_j d_{ji} z_{ji} \leq k$

- Aspectos técnicos (I): $\sum_{j \neq i} z_{ij} + y_i = 1$; $z_{ij} \leq y_j$

que fuerzan a cada vértice v_i a estar en el camino o a estar asignado a otro vértice v_j

- Aspectos técnicos (II): $\sum_{(v_i, v_j) \in E} x_{ij} = \sum_{v_i \in V} y_i - 1$; $\sum_{(v_i, v_j) \in \delta(S)} x_{ij} \geq y_k + y_h - 1$

que fuerzan que la solución sea un camino

EL USO DE HEURÍSTICOS

- El anterior modelo carece de restricciones que controlen apropiadamente el espacio entre estaciones. Los heurísticos son procedimientos con capacidad para adaptarse a contextos donde intervienen variables reales, enteras y lógicas.

Dufourd, H., Gendreau, M., Laporte, G., 1996.

El método empieza desde una solución inicial generada como un paseo aleatorio en el plano. En cada iteración, mueve una o varias estaciones a localizaciones vecinas usando una Búsqueda tabú, mientras que preserva la factibilidad.

Bruno, G., Ghiani, G., Improta, G., 1998.

Fase de construcción: Extiende gradualmente alineamientos parciales, localizando una estación cada vez que pueda ser conectada factiblemente.

Fase de Post-optimización de aquellos alineamientos más prometedores.

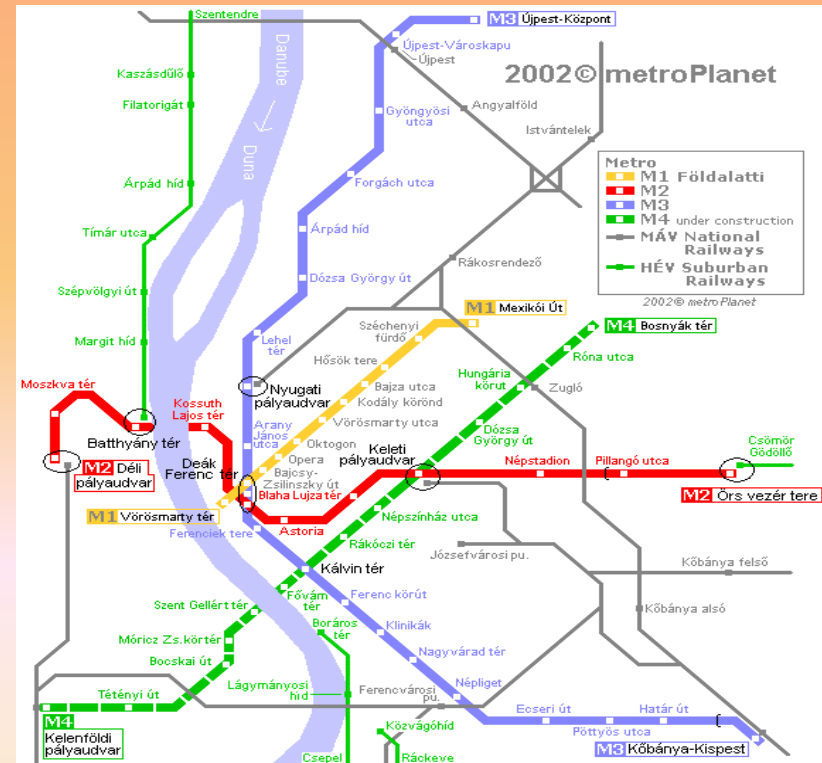
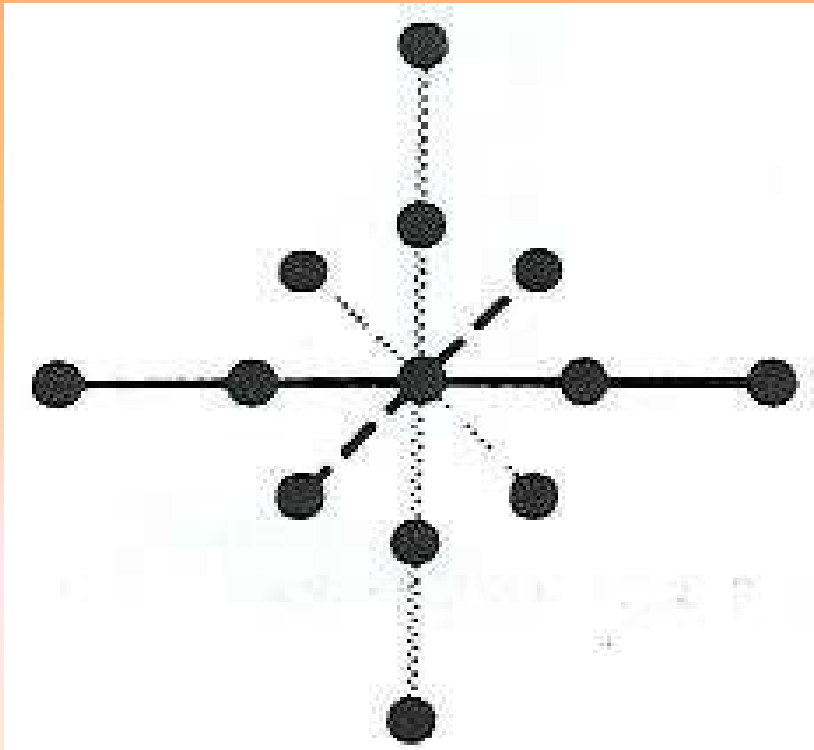
→ Test aleatorios / Test sobre datos poblacionales de Milán

EL ANÁLISIS DE LA CONFIGURACIÓN ESTRELLA

- Se habían realizado pocos estudios sobre la localización simultánea de diversos alineamientos. Excepcionalmente

Wirasinghe, S.C., Vandebona, U., 1987.

partían de una configuración tipo estrella para determinar usando formulas analíticas, el número ideal de ramas en la estrella y en la localización de estaciones.



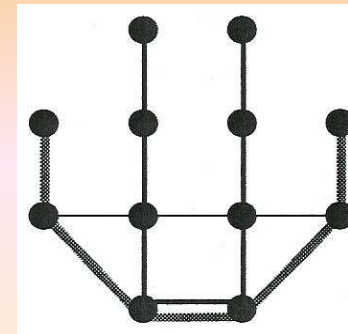
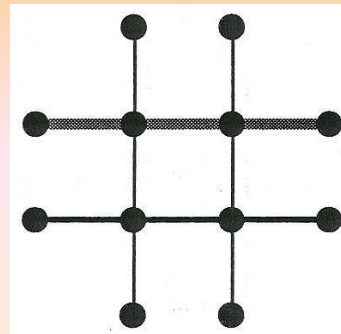
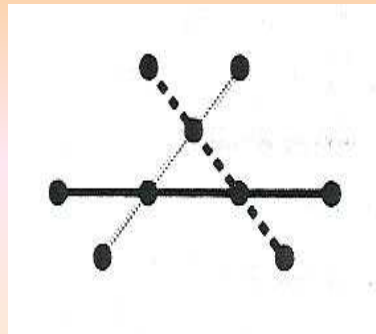
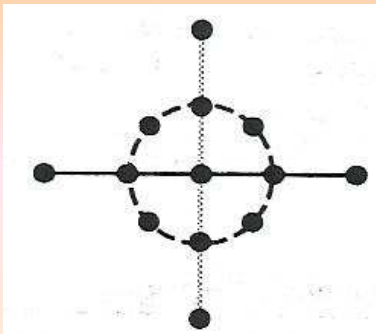
MEDIDAS PARA LA EVALUACIÓN DE UNA RED (i)

- En el artículo de

Musso, A., Vuchic, V.R., 1988

se diseñaron un conjunto de medidas de cuantificar varios aspectos de una red de metro $G=(V,E)$:

- Índices simples (número de estaciones, longitud total de la red, número de líneas y número de estaciones múltiples)
- Medidas más sofisticadas (número de ciclos mínimos, un indicador de complejidad de la red, un indicador de la conectividad y una medida de efectividad del servicio: proporción de viajes O/D que se pueden hacer sin transbordos.



MEDIDAS PARA LA EVALUACIÓN DE UNA RED (ii)

- En el artículo de

Laporte, G., Mesa, J.A., Ortega, F.A., 1994

se añaden otras dos nuevas medidas.

- La *efectividad de la red de pasajeros*: cociente entre el tiempo total de los viajes en la red y el tiempo que se invierte sin tener en cuenta los trasbordos
- La *efectividad passenger-plane*: un índice que compara el coste del viaje de los pasajeros usando la red de tránsito, con lo que incurriría si se hiciera el viaje en plano.
- La conclusión de este estudio es que en las ciudades circulares, los diseños tipo rueda de carro o triángulo proporcionan los mejores resultados. En las ciudades rectangulares, las configuraciones de mallado modificado son las mejores para la efectividad de la red de pasajeros. El diseño de estrella es el menos eficiente

MEDIDAS PARA LA EVALUACIÓN DE UNA RED (iii)

- En un segundo estudio

Laporte, G., Mesa, J.A., Ortega, F.A., 1997

consideran una ciudad circular dividida en una zona central circular y un anillo exterior. El número de viajes n_{ij} entre v_i y v_j se computa mediante $n_{ij} = b_{ij} \cdot f_{ij} \cdot g_{ij}$ donde un coeficiente de fricción f_{ij} representa la demanda total entre v_i y v_j , la función g_{ij} indica la elección modal en función del ahorro en el tiempo de desplazamiento y el coeficiente b_{ij} distingue los casos entre pares OD según las zonas.

- Se realizan experimentos numéricos en redes teóricas cuyas topologías coinciden con las del artículo de 1994. Estos tests confirman esencialmente las conclusiones del estudio previo.

- Nuevos índices han sido recientemente introducidos en

Lozano, A. J., Mesa, J.A., Ortega, F.A., 2007

para medir el grado de robustez de las redes que siguen un patrón topológico en su configuración.

DETERMINAR ESCENARIOS FACTIBLES con LP

Problema LP0 (NP-completo)

Dada una Red de Transporte Público (PTN) compuesta de un conjunto V de posibles estaciones y un conjunto E de posibles conexiones,

→ Encontrar un conjunto de líneas de tránsito (cuántas, por dónde discurren y sus frecuencias de paso)

Tal que

- Todos los usuarios sean transportados*
- La opción de transporte público sea mejor que la opción de transporte privado*
- Los costes estén por debajo de un límite superior*

Problema LP1 (NP-duro)

... → Encontrar un conjunto de líneas de tránsito de coste mínimo ...

TÉCNICAS DE OPTIMIZACIÓN EN EL DISEÑO

- El uso de Técnicas de Optimización se ha dirigido hacia

- Determinar un alineamiento simple:

- Maximizing the estimated coverage*

- * Dufourd, Gendreau and Laporte (1996)

- * Bruno, Gendreau and Laporte (2002)

- Maximizing coverage calculated with OD data*

- * Laporte, Mesa and Ortega (2003)

- Localizar estaciones una vez dado el alineamiento:

- * Hamacher, Liebers, Schöbel, Wagner and Wagner (2001)

- * Laporte, Mesa and Ortega (2002)

- Metodología integrada (alineamientos+estaciones):

- * Laporte, Marín, Mesa, Ortega and Sevillano (2005)

- Diseño de redes asumiendo trasbordos:

- * Garzón-Astolfi, Mesa and Ortega (2005)

METODOLOGÍA INTEGRADA (i)

- **Primera etapa:**

*Determinar el esqueleto topológico de la red en base a la selección previa de **un número pequeño de enclaves que producen un alto número de viajes:***

(1) Localizaciones atractoras: proporcionan servicios y/o un gran número de puestos de trabajo

edificios de oficina

áreas industriales

zonas comerciales

campus universitarios

hospitales

...

(2) Generadores de viaje: puntos de intercambio modal

(estaciones de autobuses, de ferrocarriles, aeropuertos,...) y áreas densamente pobladas que están situadas lejos del centro

(3) Aparcamientos disuasorios: puntos situados sobre las vías de acceso a la ciudad con mayor flujo de entrada.

METODOLOGÍA INTEGRADA (ii)

- Sea $N = \{n_i : i = 1, 2, \dots, I\}$ un conjunto de localizaciones claves.

Típicamente, para una ciudad de tamaño medio: $5 \leq I \leq 20$

- Sea E el conjunto factible de aristas que conectan las localizaciones claves.

→ Seleccionar esqueleto topológico de la red en $G = (N, E)$

- Se deben resolver adecuadamente dos problemas interconectados de diseño:

- Determinación de alineamientos
- Localización de estaciones

Objetivos en el nivel más alto:

- determinar alineamientos
- localizar estaciones

Objetivos en el nivel más bajo:

- simular el comportamiento del usuario frente al tráfico.

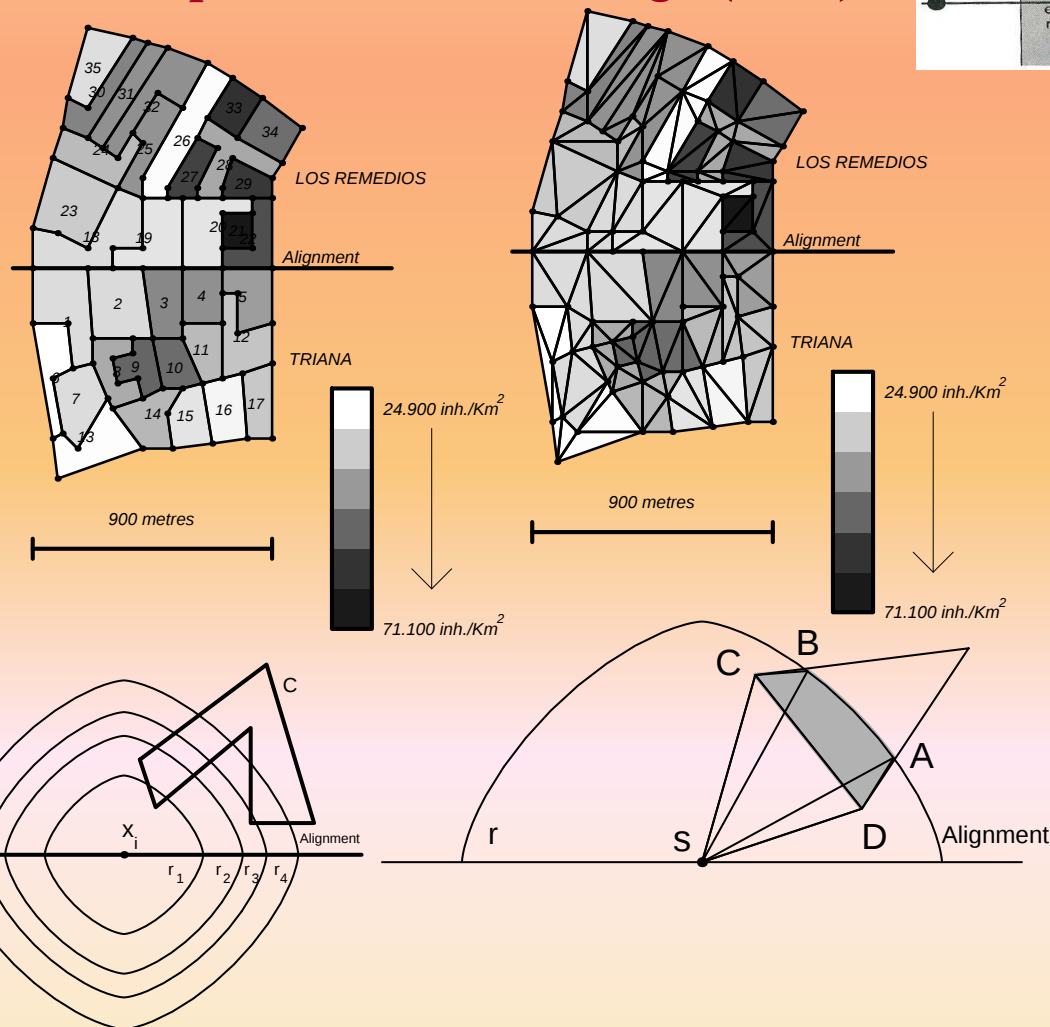
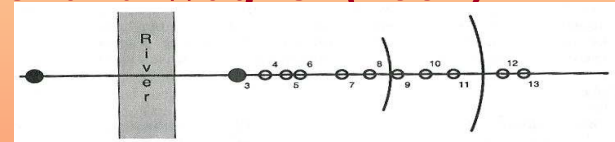
METODOLOGÍA INTEGRADA (iii)

• Segunda etapa:

- **Determinar estaciones intermedias sobre las líneas de transporte de la red.**

* *Hamacher, Liebers, Schöbel, Wagner and Wagner (2001)*

* *Laporte, Mesa and Ortega (2002)*

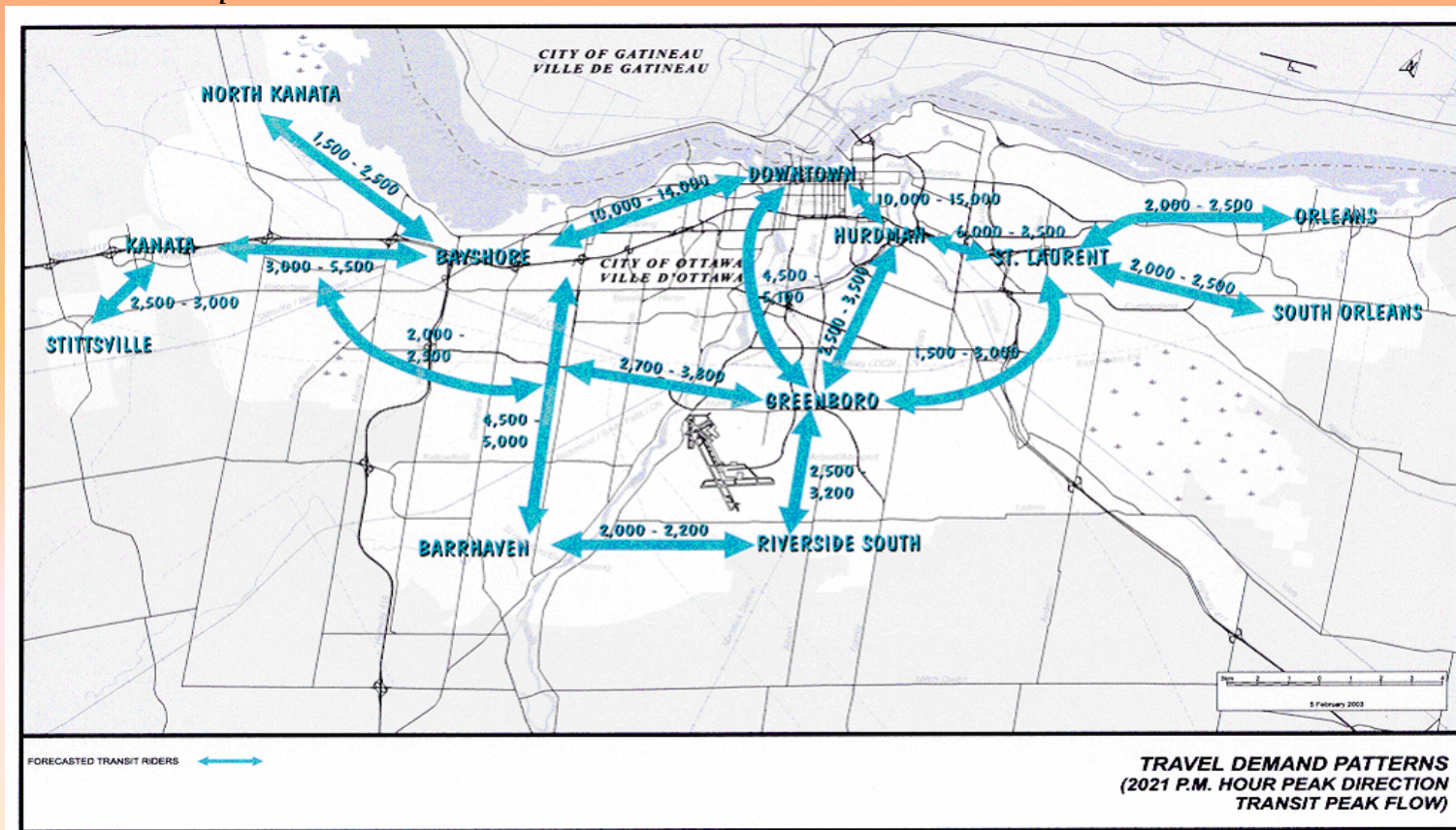


• **Determinación de las mejores localizaciones de apeaderos en el corredor de República Argentina.**

• **Puntos evaluados: 9**
• **Acceso a pie**
• **Atracción gravitatoria ponderada según la población censada.**

DATOS PARA EL DISEÑO

- Suponemos que los patrones de viaje vienen determinados por una matriz Origen-Destino $F = \{g_p : p = (q, r) \in P\}$ donde P es el conjunto de pares ordenados de puntos de demanda.
- Sea $D = \{d_{qr}\}$ la matriz de distancias entre los puntos de N .



COSTES CONSIDERADOS

- Sean c_{ij} y c_i respectivamente los costes de construcción del tramo sobre la arista (i,j) y de la estación en el nodo n_i
- El coste generalizado para satisfacer la demanda del par p a través de la red privada y pública se denotan respectivamente uc_p^{PRIV} y uc_p^{PUB}
- Notemos que uc_p^{PUB} depende de la topología final de la red pública y, por tanto, de las aristas que se seleccionen.
- Además, los siguientes límites se conocen
$$length_{\min}^l, length_{\max}^l, Tlength_{\min}, Tlength_{\max}$$

Variables del modelo (i)

-Selección de la estación:

$y_i^l = 1$ si $n_i \in A_l$; $y_i^l = 0$, en otro caso.

- Selección de la arista:

$x_{ij}^l = 1$ si la arista $ij \in E$ se selecciona para l ;

$x_{ij}^l = 0$, en otro caso.

-Selección de la demanda:

$u_{ij}^p = 1$ si la demanda del par p usara la arista $ij \in E$;

$u_{ij}^p = 0$, en otro caso.

Variables del modelo (ii)

- Selección del modo de transporte:

$z_p = 1$ si el coste para el par p es menor usando la red pública;
 $z_p = 0$, en otro caso.

- Selección del enrutamiento del flujo:

$w_{ij}^{pl} = 1$ si el flujo del par p atraviesa la arista ij en la línea l ;

$w_{ij}^{pl} = 0$, en otro caso.

- Selección del trasbordo:

$v_i^{pl} = 1$ si el flujo del par p trasborda a la línea l en la estación i ;

$v_i^{pl} = 0$, en otro caso.

Formulación del problema (i)

- El diseño del esqueleto topológico de la red se formula en términos de programación entera, donde se maximiza la cobertura de viaje y se tienen en cuenta restricciones presupuestarias y la competencia entre modos de transporte público y privados.

- **Función Objetivo: Cobertura de viaje** $\max \sum_{p \in P} g_p z_p$

- **Restricciones de longitud**

$$[1] \quad \sum_{ij \in E} d_{ij} x_{ij}^l \in [\text{length}_{\min}^l, \text{length}_{\max}^l]; \quad l \in \mathcal{L}$$

$$[2] \quad \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{ij \in E} d_{ij} x_{ij}^l \in [T\text{length}_{\min}, T\text{length}_{\max}]$$

Formulación del problema (ii)

- Restricciones para la localización de alineamientos

$$[3] \quad \sum_{j \in N(O_l)} x_{O_l j}^l = 1; \quad l \in \mathcal{L}$$

$$[4] \quad \sum_{i \in N(D_l)} x_{i D_l}^l = 1; \quad l \in \mathcal{L}$$

$$[5] \quad y_{O_l}^l = y_{D_l}^l = 1; \quad l \in \mathcal{L}$$

$$[6] \quad \sum_{j \in N(i)} x_{ij}^l = 2y_i^l; \quad i \in N \setminus \{O_l, D_l\}, \quad l \in \mathcal{L}$$

$$[7] \quad x_{ij}^l = x_{ji}^l; \quad ij \in E, \quad l \in \mathcal{L}$$

Formulación del problema (iii)

- Restricciones para el enrutamiento de la demanda

$$[8] \quad \sum_{j \in N(q)} u_{qj}^p = 1; \quad p = (q, r) \in P$$

$$[9] \quad \sum_{i \in N(q)} u_{iq}^p = 0; \quad p = (q, r) \in P$$

$$[10] \quad \sum_{i \in N(r)} u_{ir}^p = 1; \quad p = (q, r) \in P$$

$$[11] \quad \sum_{j \in N(r)} u_{rj}^p = 0; \quad p = (q, r) \in P$$

$$[12] \quad \sum_{i \in N(j)} u_{ij}^p - \sum_{k \in N(j)} u_{jk}^p = 0; \quad p = (q, r) \in P, j \in N \setminus \{q, r\}$$

Formulación del problema (iv)

- Restricciones de Localización-Asignación

$$[13] \quad u_{ij}^p + z_p - 1 \leq \sum_{l \in \mathcal{L}} x_{ij}^l; \quad p \in P, ij \in E$$

- Restricciones de diversificación de la demanda

$$[14] \quad uc_p^{PUB} - uc_p^{PRIV} - M(1 - z_p) \leq 0; \quad p \in P$$

Formulación del problema (v)

• Restricciones para la realización de trasbordos

$$[15] \quad w_{ij}^{pl} \leq x_{ij}^l; \quad p \in P, \quad ij \in E, \quad l \in \mathcal{L}$$

$$[16] \quad u_{ij}^p + z_p - 1 \leq \sum_{l \in \mathcal{L}} w_{ij}^{pl}; \quad p \in P, \quad ij \in E$$

$$[17] \quad u_{ij}^p - z_p + 1 \leq \sum_{l \in \mathcal{L}} w_{ij}^{pl}; \quad p \in P, \quad ij \in E$$

$$[18] \quad \sum_{ij \in E, l \in \mathcal{L}} w_{ij}^{pl} \leq M z_p; \quad p \in P, \quad l \in \mathcal{L}$$

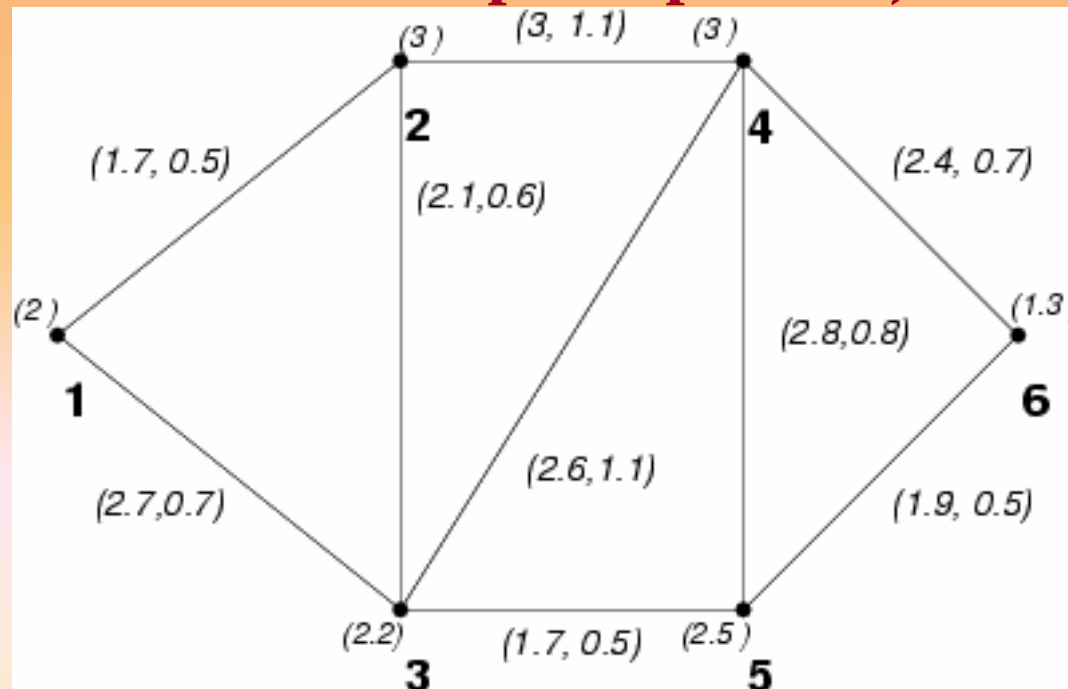
$$[19] \quad \sum_{j \in N(i)} w_{ij}^{pl} - \sum_{j \in N(i)} w_{ji}^{pl} \geq 2v_i^{pl} - 1; \quad i \in N \setminus \{r\}, \quad p \in P, \quad l \in \mathcal{L}$$

$$[20] \quad \sum_{j \in N(i)} w_{ij}^{pl} - \sum_{j \in N(i)} w_{ji}^{pl} \geq 2v_i^{pl}; \quad i \in N \setminus \{r\}, \quad p \in P, \quad l \in \mathcal{L}$$

$$x_{ij}^l, y_i^l, u_{ij}^p, z_p, w_{ij}^{pl}, v_i^{pl} \in \{0,1\}.$$

Experiencia computacional (i)

- El modelo ha sido implementado en GAMS sobre la red de la figura, donde cada nodo tiene asociado un costo de construcción y cada arista tiene asociada un par de pesos (coste de construcción de la arista y coste de utilización de la arista en la red de transporte público).

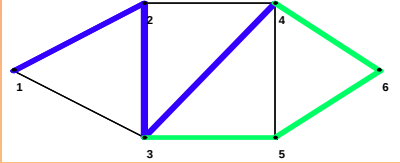
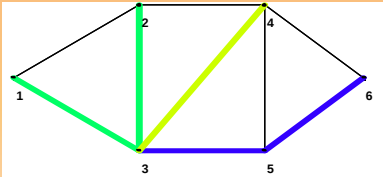


Experiencia computacional (ii)

Las siguientes matrices indican la demanda origen-destino y el coste privado para cada par de puntos de demanda:

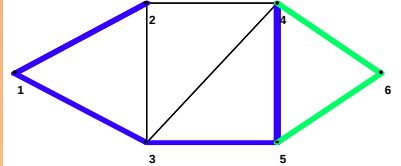
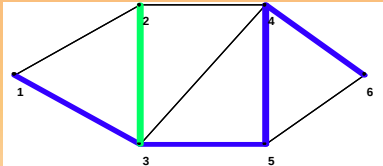
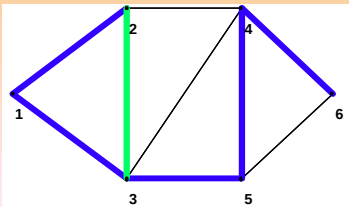
$$G = \begin{pmatrix} - & 9 & 26 & 19 & 13 & 12 \\ 11 & - & 14 & 26 & 7 & 18 \\ 30 & 19 & - & 30 & 24 & 8 \\ 21 & 9 & 11 & - & 22 & 16 \\ 14 & 14 & 8 & 9 & - & 20 \\ 26 & 1 & 22 & 24 & 13 & - \end{pmatrix}; \quad uc^{PRIV} = \begin{pmatrix} - & 1.6 & 0.8 & 2 & 1.6 & 2.5 \\ 2 & - & 0.9 & 1.2 & 1.5 & 2.5 \\ 1.5 & 1.4 & - & 1.3 & 0.9 & 2 \\ 1.9 & 2 & 1.9 & - & 1.8 & 2 \\ 3 & 1.5 & 2 & 2 & - & 1.5 \\ 2.1 & 2.7 & 2.2 & 1 & 1.5 & - \end{pmatrix}$$

Caso 1: Coincidencia de costes de trasbordos

Rango de las líneas	<u>Red de Tránsito Rápido</u> <i>Todos los costes de trasbordos valen 0.75</i>	Función objetivo	Tiempo de ejecución
[0.5, 2.5]		444 2 LÍNEAS	57.7 s
[0.5, 2.5]		404 3 LÍNEAS	1666.72 s

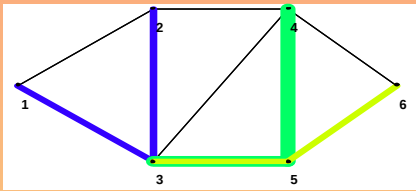
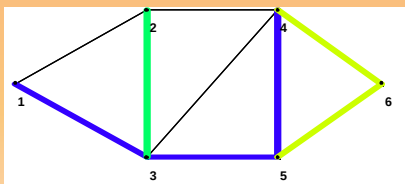
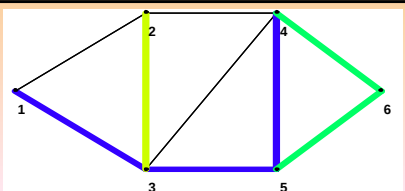
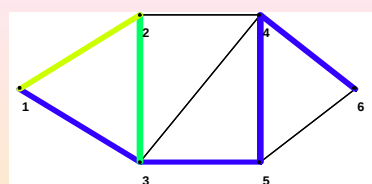
Caso 2: Escasa dispersión de los costes de trasbordos (2 líneas)

En la primera línea → 0.5; En la segunda → 1

Rango de las líneas	<u>Red de Tránsito Rápido (2 líneas)</u> <i>Baja dispersión de los costes de trasbordos</i>	Función objetivo	Tiempo de ejecución
[0.5, 2.5] [0.5, 2.5]		456 2 LÍNEAS	95.23 s
[0.5, 3] [0.5, 2.5]		470 2 LÍNEAS	50.5 s
[0.5, 3.5] [0.5, 2.5]		470 2 LÍNEAS	61.2 s

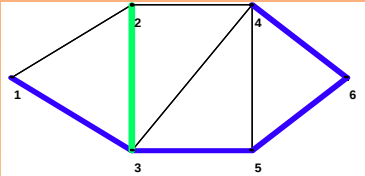
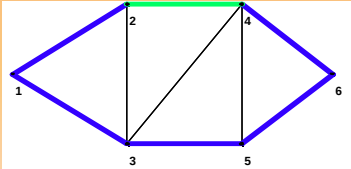
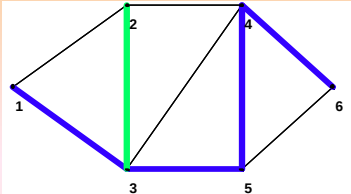
Caso 3: Escasa dispersión de los costes de trasbordos (3 líneas)

En la primera línea $\rightarrow 0.5$; En la segunda $\rightarrow 0.75$; En la tercera $\rightarrow 1.00$

Rango de las líneas	<u>Red de Tránsito Rápido (3 líneas)</u> <i>Baja dispersión de los costes de trasbordos</i>	Función objetivo	Tiempo de ejecución
[0.5, 1.5] [0.5, 1.5] [0.5, 1.5]		425 3 LÍNEAS	1252.69 s
[0.5, 2] [0.5, 2] [0.5, 1.5]		470 3 LÍNEAS	248.61 s
[0.5, 2.5] [0.5, 2.5] [0.5, 1.5]		470 3 LÍNEAS	248.61 s
[0.5, 3] [0.5, 2.5] [0.5, 1.5]		470 3 LÍNEAS	173.64 s

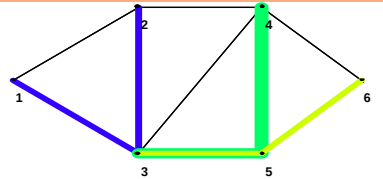
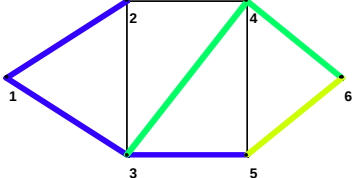
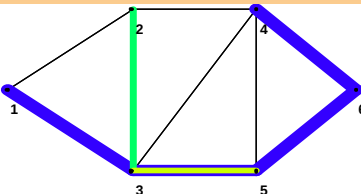
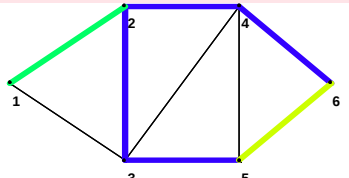
Caso 4: Alta dispersión de los costes de trasbordos (2 líneas)

En la primera línea → 0.25; En la segunda → 1.25

Rango de las líneas	<u>Red de Tránsito Rápido (2 líneas)</u> <i>Alta dispersión de los costes de trasbordos</i>	Función objetivo	Tiempo de ejecución
[0.5, 2.5] [0.5, 2.5]		447 2 LÍNEAS	64.63 s
[0.5, 3] [0.5, 2.5]		456 2 LÍNEAS	46.81 s
[0.5, 3.5] [0.5, 2.5]		456 2 LÍNEAS	38.81 s

Caso 5: Alta dispersión de los costes de trasbordos (3 líneas)

En la primera línea $\rightarrow 0.25$; En la segunda $\rightarrow 0.75$; En la tercera $\rightarrow 1.20$

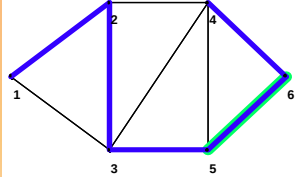
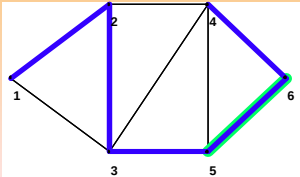
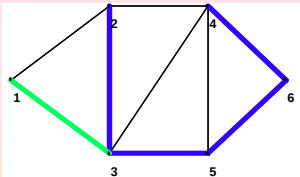
Rango de las líneas	<u>Red de Tránsito Rápido (3 líneas)</u> <i>Alta dispersión de los costes de trasbordos</i>	Función objetivo	Tiempo de ejecución
[0.5, 1.5] [0.5, 1.5] [0.5, 1.5]		446 3 LÍNEAS	243.13 s
[0.5, 2] [0.5, 2] [0.5, 1.5]		456 3 LÍNEAS	432.17 s
[0.5, 2.5] [0.5, 2.5] [0.5, 1.5]		470 3 LÍNEAS	194.06 s
[0.5, 3] [0.5, 2.5] [0.5, 1.5]		470 3 LÍNEAS	142.63 s

Caso 6: Baja frecuencia en el flujo de trenes (2 líneas)

Frecuencia para la primera línea: 12 trenes por hora

Frecuencia para la segunda línea: 6 trenes por hora

Velocidad media para todas las líneas: 20 Km/h

Nivel de Congestión	<u>Red de Tránsito Rápido (2 líneas)</u> <i>Baja frecuencia en el flujo de trenes</i>	Función objetivo	Tiempo de ejecución
1.2		331 2 LÍNEAS	494.47 s
1.5		444 2 LÍNEAS	97.76 s
2.2		496 2 LÍNEAS	22.99 s

Caso 7: Alta frecuencia en el flujo de trenes (2 líneas)

Frecuencia para la primera línea: 20 trenes por hora

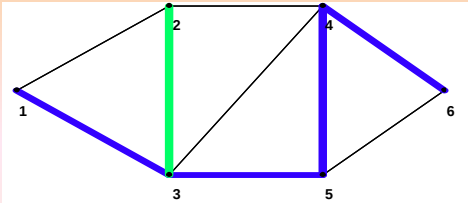
Frecuencia para la segunda línea: 10 trenes por hora

Velocidad media para todas las líneas: 20 Km/h

Nivel de Congestión	<u>Red de Tránsito Rápido (2 líneas)</u> <i>Alta frecuencia en el flujo de trenes</i>	Función objetivo	Tiempo de ejecución
1.2		414 2 LÍNEAS	253.14 s
1.5		470 2 LÍNEAS	297.95 s
2.2		496 2 LÍNEAS	0.63 s

Conclusiones Generales (i)

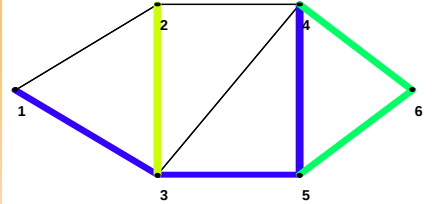
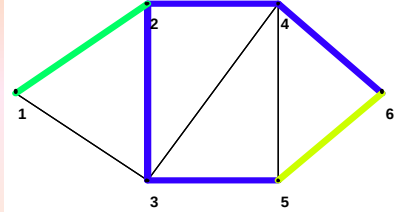
1. Como es de esperar, los mejores resultados de la función objetivo se logran para un rango amplio de diseño.
2. Cuando la dispersión de los costes de trasbordos se incrementa (es decir, los tiempos de espera son heterogéneos) el movimiento de flujos es mayor:
 → Los mejores resultados para la red de 2 líneas se obtienen para una dispersión baja.

Rango de las líneas	<u>Red de Tránsito Rápido (2 líneas)</u> <i>Baja dispersión de los costes de trasbordos</i>	Función objetivo	Tiempo de ejecución
[0.5, 3] [0.5, 2.5]		470 2 LÍNEAS	50.5 s

Conclusiones Generales (ii)

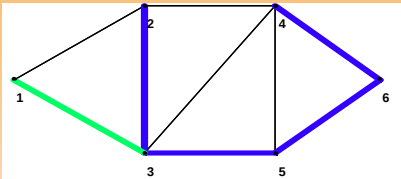
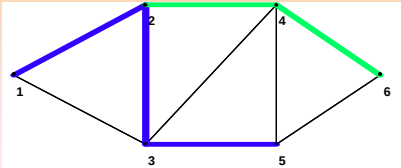
→ Los mejores resultados para la red de 3 líneas se obtienen para una dispersión alta.

→ Este hecho permanece aunque varía el rango de las longitudes de las líneas.

Rango de las líneas	<u>Red de Tránsito Rápido (3 líneas)</u> <i>Alta dispersión de los costes de trasbordos</i>	Función objetivo	Tiempo de ejecución
[0.5, 2.5] [0.5, 2.5] [0.5, 1.5]		470 3 LÍNEAS	194.06 s
[0.5, 3] [0.5, 2.5] [0.5, 1.5]		470 3 LÍNEAS	142.63 s

Conclusiones Generales (iii)

3. El tiempo de ejecución desciende cuando se incrementan la dispersión de los costes de trasbordo y el rango para las longitudes de línea.
4. La frecuencia de trenes a lo largo de las líneas (lo cual está relacionado con el número de estaciones y las longitudes de las líneas) tiene una influencia directa en la topología óptima de la red.

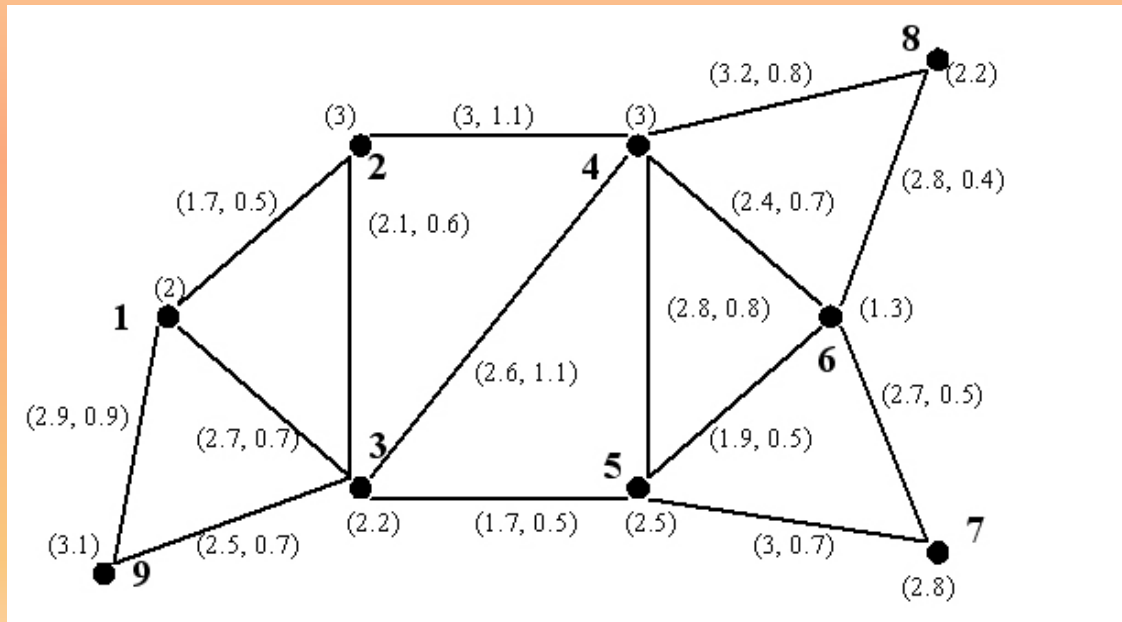
	<u>Red Óptima de Tránsito Rápido</u> (2 líneas)	Función objetivo	Tiempo de ejecución
<i>Baja Frecuencia</i>		496	22.99 s
<i>Alta Frecuencia</i>		496	22.99 s

HERRAMIENTAS DE RESOLUCIÓN

Técnicas exactas

GAMS / CPLEX hasta 10 nodos

Laporte, Marín, Mesa y Ortega, 2005



Técnicas heurísticas y metaheurísticas

- Algoritmos de extensión, inserción y post-optimización

Laporte, G., J. A. Mesa, F.A. Ortega e I. Sevillano, 2005

- **GRASP** (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure)

Martínez, Melián, Moreno, Garzón-Astolfi, Mesa y Ortega, 2005

ÚLTIMAS CONTRIBUCIONES AL DISEÑO

ANÁLISIS TEÓRICOS REALIZADOS:

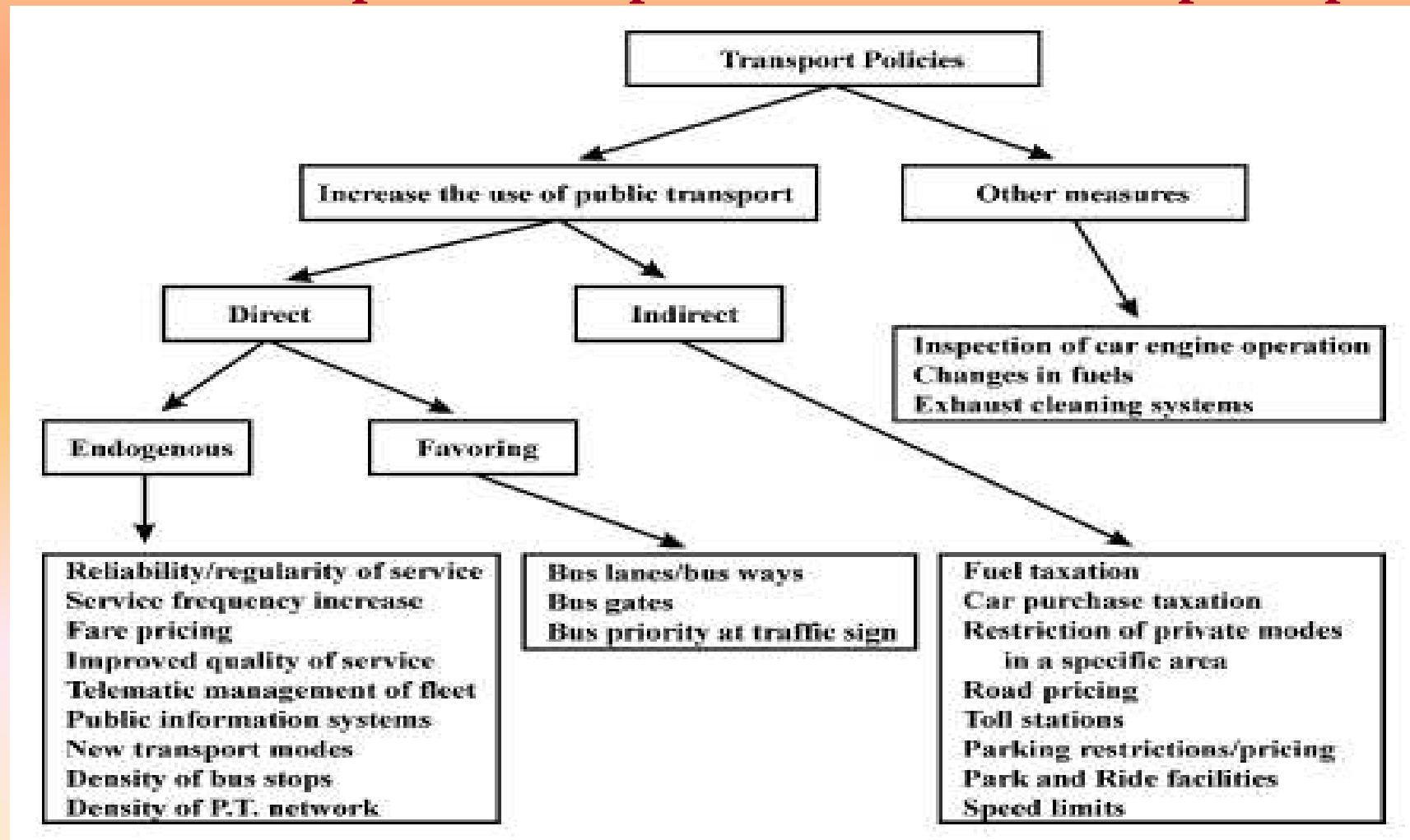
- Incorporación de las frecuencias de servicio en el modelo y su influencia en el diseño final de la red.
- La variación de la capacidad de transporte para garantizar un nivel de robustez en el servicio proporcionado por la red
- Extensión de la red mediante nuevas líneas con el objetivo de adquirir un diseño topológico robusto que responda a la demanda OD existente.
- Corredores seguros para el trazado de líneas de metro a través de los centros históricos de las ciudades

ÁMBITOS REALES SOBRE LOS QUE SE HAN APLICADO LOS RESULTADOS OBTENIDOS:

Sevilla (Línea 1 del Metro), Sevilla (Línea 2 del Metro),
Ciudad Real (Red de calles – metro ligero)

ÁMBITOS FUTUROS

- Adaptar los modelos abstractos existentes a los nuevos objetivos que demanda la sociedad
 - Incorporación (modelación) de políticas de transporte en la formulación del proceso de planificación del transporte público.



AGRADECIMIENTOS

- **Ricardo García Ródenas**
- **Armando Garzón Astolfi**
- **Ángel Marín Gracia**
- **Gilbert Laporte**
- **Juan Antonio Mesa López-Colmenar**
- **Miguel Ángel Pozo Montaña**
- **Ignacio Sevillano**

Esta comunicación ha sido patrocinada en parte por el Ministerio de Fomento.

