

# EVALUACIÓN DE CONFIGURACIONES DE AEROPUERTOS MEDIANTE EL ENRUTAMIENTO Y LA SECUENCIACIÓN DE LOS AVIONES

Jornadas Técnicas:

## MODELOS MATEMÁTICOS EN SISTEMAS DE TRANSPORTE

(Ciudad Real, 18 Octubre 2007)

por

**Esteve Codina Sancho**

Universitat Politècnica de Catalunya

**Ángel Marín Gracia**

Universidad Politécnica de Madrid.

Proyecto I+D+i: TRA2005-09068-C03-02/MODAL



## CONTENIDO

- **Introducción.**
- **Modelo de flujos sobre redes multiartículo binario.**
- **Taxi Planning como herramienta de diseño.**
- **Experiencia Computacional.**
- **Conclusiones.**

# Gestión en los Aeropuertos

- Aterrizajes y Despegues
- Aparcamientos
- Taxi Planning
- Pasajeros y equipajes

## Funciones Básicas de Taxi Planner:

1. **Aterrizaje:** Dados el instante de aterrizaje y la salida de pista, determinar la ruta óptima hacia el parking.
2. **Despegue :** Dado el instante en el que se puede abandonar el parking, determinar la ruta óptima hacia una entrada determinada a una pista de despegue.

## Aterrizajes

### Input:

- Nodo Origen,  $o(w) \in N^{ER}$
- Tiempo en el Origen,  $t(w) \in T$
- Parking destino,  $d(w) \in N^P$

### Output:

- Rutas y secuencias óptimas.
- Llegada óptima a los parkings de los aviones  $w$ ,  $OAPH^W \in T$

## Despegues

### Input:

- Parking origen,  $o(w) \in N^P$
- Instante de tiempo de salida del parking,  $t(w) \in T$
- Pista de destino,  $d(w) \in N^{AR}$

### Output:

- Rutas y secuencias óptimas.
- Optimización del instante de despegue,  $ODTH^w \in T$

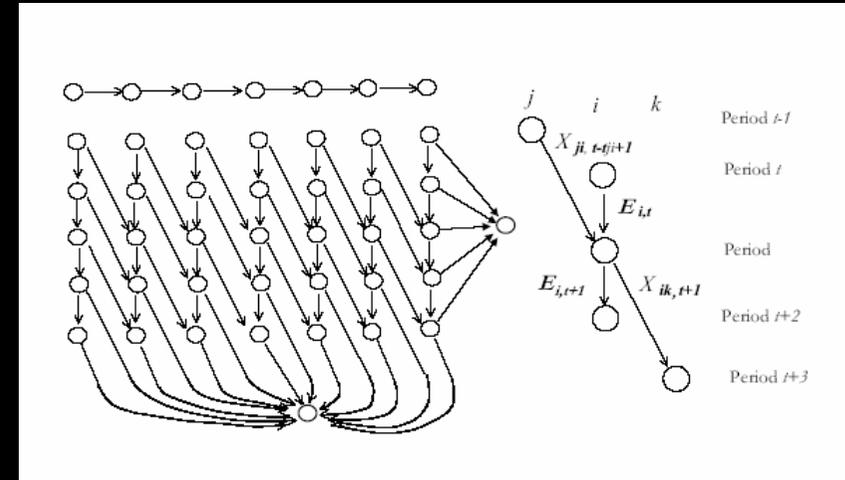
## CONTENIDO

- **Introducción.**
- **Modelo de flujos sobre redes multiartículo binario.**
- **Taxi Planning como herramienta de diseño.**
- **Experiencia Computacional.**
- **Conclusiones.**

## VARIABLES

$E_{i,t}^w$  : Espera para cada avión  $w$ , nodo  $i$  y período  $t$ .

$X_{ij,t}^w$  : Avance para cada avión  $w$ , arco  $(i,j)$  y período  $t$ .



## Restricciones de conservación en los nodos

$$B^w U^w = b^w, \forall w \in W$$

$$\sum_{j \in T^*(i)} X_{j,i,t-t_{ji}+1}^w + E_{i,t}^w - \sum_{j \in F^*(i)} X_{i,j,t+1}^w - E_{i,t+1}^w = b_{i,t+1}^w,$$

$$\forall i \in N^*, \forall t \in T, \forall w \in W$$

# TP: Función Objetivo

Tiempo total ponderado de rodadura

$$TP: \tau(U) = \underset{U \in \{0,1\}}{\text{Min.}} \sum_{w \in W} A^w U^w$$

$$\tau(X, E) = \sum_{w \in W} \sum_{t \geq 1(w)} \lambda^w \left( \sum_{ij \in A} t_{ij} X_{ij,t}^w + \sum_{i \in N^w} E_{i,t}^w \right) + \sum_{w \in W} \sum_{i \in N^w} r_i^w E_{i,|T|}^w$$

Dentro del H.P.

+ Fuera del H.P.

## Capacidad limitada en nodos

$$M^w U^w \leq q_a, \forall a \in A_1^*$$
$$\sum_{w \in W} e_w E_{i,t}^w \leq q_i, \forall i \in N, \forall t \in T$$

## Otras limitaciones de capacidad:

- En algunos nodos no puede haber detención.
- Sólo un avión puede esperar en algunos nodos.
- Tan sólo un avión puede permanecer i/o acceder a un nodo.
- Tiempos de bloqueo en pistas en función del tipo de avión.  
(pistas de aterrizaje, despegue y mixtas)
- Time-windows para los despegues de ciertos aviones.

## CONTENIDO

- **Introducción.**
- **Modelo de flujos sobre redes multiartículo binario.**
- **Taxi Planning como herramienta de diseño.**
- **Experiencia Computacional.**
- **Conclusiones.**

## Evaluación de una configuración. Factores:

- **Tiempo total de rodadura** (ponderado).
- **Nº total de aterrizajes** dentro del H.P.
- **Nº total de despegues** dentro del H.P.
- **Peor tiempo de rodadura.**
- **Demora** total de los aterrizajes.
- **Demora** total de los despegues.
- **Nº de veces que  $\geq 2$  trayectorias** se cruzan **separadas por  $\leq \nu$**  subperiodos de tiempo en puntos preseleccionados.
- **Costes** asociados a dimensionamiento.

## Nº de Llegadas a los parkings / Despegues dentro del H.P.

$$\mathcal{T}^+ = \sum_{t \in T} \sum_{w \in W^A} \sum_{i \in T(j)} \sum_{j \in N^P} X_{i,j,t}^w, \quad \mathcal{T}^- = \sum_{t \in T} \sum_{w \in W^D} \sum_{j \in F(i)} \sum_{j \in N^{AR}} X_{i,j,t}^w$$

## Demoras de las llegadas / despegues dentro del H.P.

$$D_{IN}^w = \sum_{t \in T} \sum_{i \in N^W} E_{i,t}^w$$

$$D_{OUT}^w = \sum_{t \in T} \sum_{i \in N^W} E_{i,t}^w$$

## Peor tiempo de rodadura

$$\hat{z} = \text{Max}_{w \in W} \{z^w\}$$

**MODELIZACIÓN DE LOS FACTORES**

## MODELIZACIÓN DE LOS FACTORES

Factor  $I_C = \text{N}^\circ$  de cruces de trayectorias en  $\leq \nu$  subperíodos

**Min**  $\rightarrow$

$$I_C = \sum_{K \in \mathcal{K}} \sum_{t \in T} \gamma_{K,t}$$

$C_{K,t} = \text{N}^\circ$  de  
aviones en  
exceso en  $K$  en  
el instante  $t$

$$C_{K,t} = \sum_{l=\max\{t-\nu, 2\}}^t \left( \sum_{\substack{(i,j) \in K_A \\ l-t_{i,j} \geq 1}} x_{i,j,l-t_{i,j}} + \sum_{i \in K_N} e_{i,l-1} \right) - 1$$

$$C_{K,t} \leq \nu \cdot (|K_A(K)| + |K_N(K)|) \cdot \gamma_{K,t},$$

$$\gamma_{K,t} \in \{0, 1\}, K \in \mathcal{K},$$

## Incorporación de variables de diseño como reflejo de alternativas simples / condiciones lógicas:

- Asociadas a arcos de la red:

$$\sum_{w \in W} X_{ij,t}^w \leq q_{ij} y_{ij}, \quad \forall ij \in A^{RD}, \forall t$$

- Asociadas a la localización de nodos:

$$\sum_w e_w E_{it}^w \leq q_i y_i, \quad \forall i \in N^{WD}, \forall t$$

- Los arcos asociados al nodo desaparecen si éste no se localiza:

$$\sum_{j \in T(i)} X_{ji,t}^w \leq y_i, \quad \forall i \in N^{WD}, \forall w, \forall t$$

## Modelo de TPND:

Problema multiobjetivo de flujo sobre redes  
multiartículo binario

Función Objetivo:

- Suma ponderada de los factores de evaluación

Restricciones:

- Las propias del modelo TP  
(conservación+capacidades+bloqueos en pistas)
- Número de Cruces
- Condiciones lógicas sobre las variables de  
diseño/dimensionamiento.

## CONTENIDO

- **Introducción.**
- **Modelo de flujos sobre redes multiartículo binario.**
- **Taxi Planning como herramienta de diseño.**
- **Experiencia Computacional.**
- **Conclusiones.**

	vars.	N.C.	I.C.	E.C.
J1	6057	2155	5362	2167
J2	15674	6089	10346	5981

vars = N. of variables  
 N.C. = Network constraints  
 I.C.,E.C.= (In)equality constraints

## Tamaño de los problemas

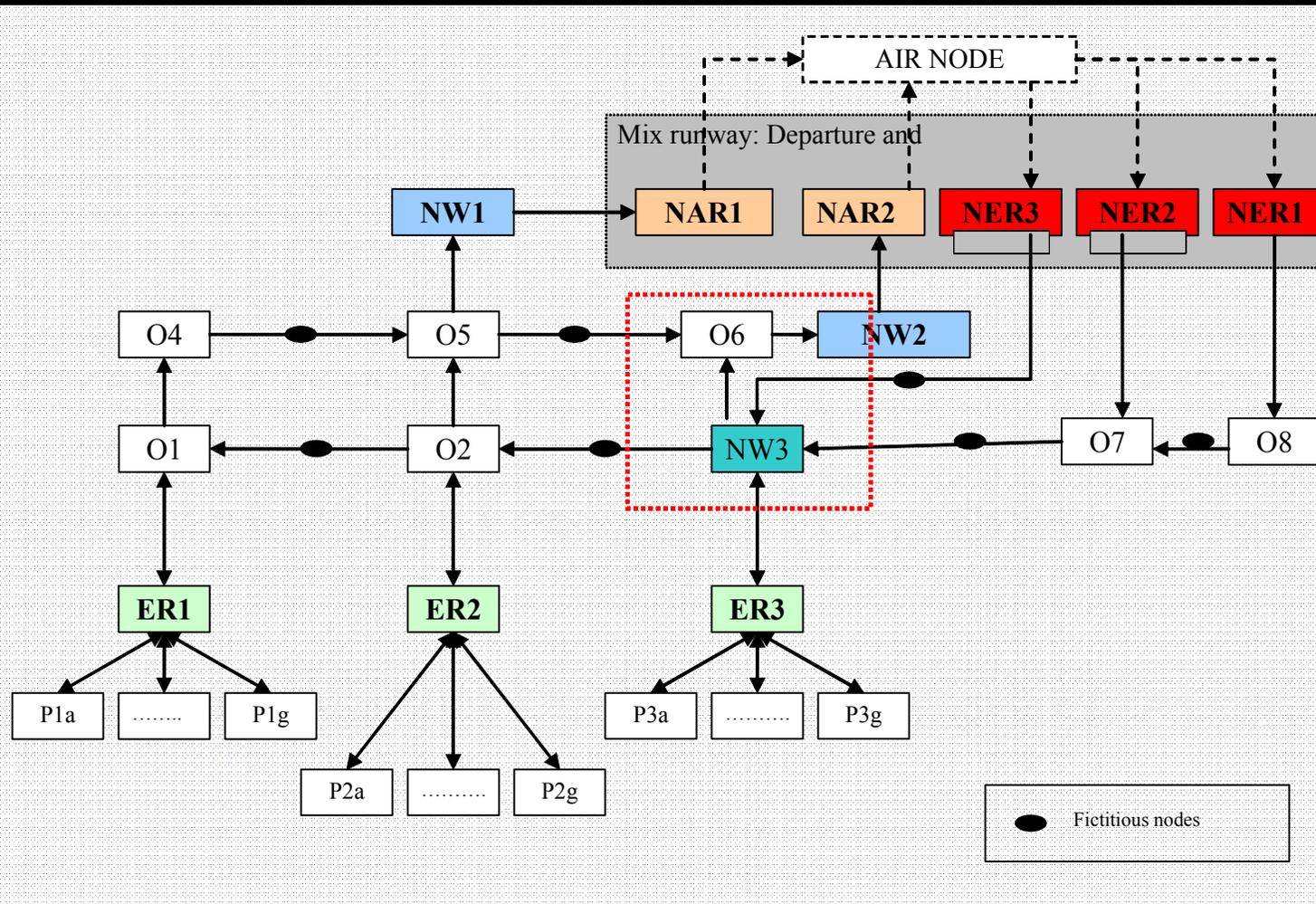


Table 2. Tests on Airport J1														
$\alpha_{IC} = 0.5, \alpha_{\tau} = 0.2, \alpha_{IN} = 0.15, \alpha_{OUT} = 0.1, \alpha_L = 0.0499, \alpha_T = 0, \alpha_{\hat{\tau}} = 0.0001$														
	$\phi$	$T_{CPU}$	$ W $	$\mathcal{T}$	$ W_A $	$\mathcal{T}_+$	$ W_D $	$\mathcal{T}_-$	$I_C$	$D_{IN}$	$D_{OUT}$	$\hat{\tau}$	$\tau$	B&B
1	3.09	0.06	1	1	0	0	1	1	0	0	0	4	4	0
2	4.84	0.21	2	2	1	1	1	1	0	1	0	8	12	0
3	5.84	0.28	3	3	1	1	2	2	0	1	0	8	17	0
4	8.84	6.57	4	4	2	2	2	2	1	3	0	11	28	0
5	11.89	38.73	5	5	2	2	3	3	1	6	0	14	41	1
6	17.39	303.6	6	6	3	3	3	3	8	6	0	15	51	2
$\alpha_{IC} = 0, \alpha_{\tau} = 1.0, \alpha_{IN} = \alpha_{OUT} = \alpha_L = \alpha_T = \alpha_{\hat{\tau}} = 0$														
7	29.0	0.46	6	6	3	3	3	3	187	2	0	7	29	0
8	105.0	59.26	16	16	7	7	9	9	187	3	0	14	105	0
$\alpha_{IC} = 0, \alpha_{\tau} = 0.9, \alpha_{IN} = \alpha_{OUT} = 0, \alpha_L = 0.1, \alpha_T = \alpha_{\hat{\tau}} = 0$														
9	99.10	83.39	16	16	7	7	9	9	187	3	0	14	105	0
10	30.70	0.57	6	6	3	3	3	3	187	0	0	7	29	0
$\alpha_{IC} = 0.001, \alpha_{\tau} = 0.899, \alpha_{IN} = \alpha_{OUT} = 0, \alpha_L = 0.1, \alpha_T = \alpha_{\hat{\tau}} = 0$														
11	99.06	191.6	16	16	7	7	9	9	71	3	0	12	105	620
$\alpha_{IC} = 0.01, \alpha_{\tau} = 0.89, \alpha_{IN} = \alpha_{OUT} = 0, \alpha_L = 0.1, \alpha_T = \alpha_{\hat{\tau}} = 0$														
12	98.74	265.1	16	16	7	7	9	9	69	3	0	9	105	1496
$\alpha_{IC} = 0.05, \alpha_{\tau} = 0.85, \alpha_{IN} = \alpha_{OUT} = 0, \alpha_L = 0.1, \alpha_T = \alpha_{\hat{\tau}} = 0$														
13	97.30	110.2	16	16	7	7	9	9	69	3	0	9	105	338
$\alpha_{IC} = 0.1, \alpha_{\tau} = 0.8, \alpha_{IN} = \alpha_{OUT} = 0, \alpha_L = 0.1, \alpha_T = \alpha_{\hat{\tau}} = 0$														
14	95.50	147.0	16	16	7	7	9	9	69	3	0	9	105	508

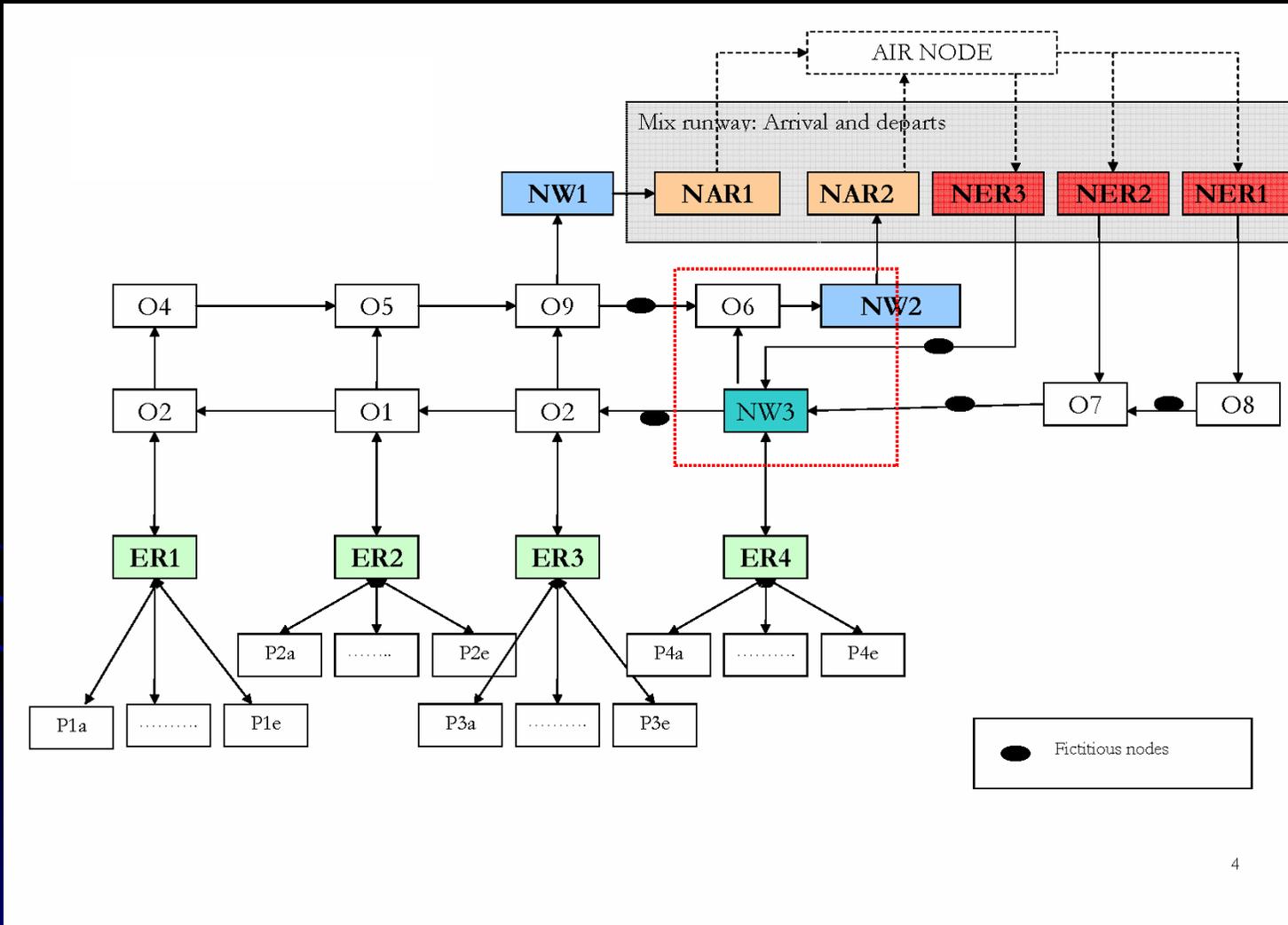
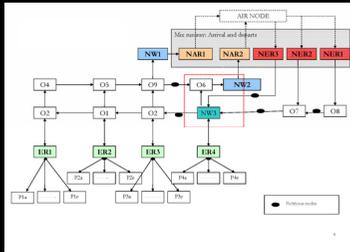


Table 3. Tests on Airport J2														
$\alpha_{IC} = 0, \alpha_{\tau} = 0.9, \alpha_{IN} = \alpha_{OUT} = 0, \alpha_L = 0.1, \alpha_T = \alpha_{\hat{\tau}} = 0$														
	$\phi$	T <sub>CPU</sub>	W	T	W <sub>A</sub>	T <sub>+</sub>	W <sub>D</sub>	T <sub>-</sub>	I <sub>C</sub>	D <sub>IN</sub>	D <sub>OUT</sub>	$\hat{\tau}$	$\tau$	B&B
1	78.60	8.59	11	11	4	4	7	7	235	3	0	13	82	0
$\alpha_{IC} = 0.01, \alpha_{\tau} = 0.89, \alpha_{IN} = \alpha_{OUT} = 0, \alpha_L = 0.1, \alpha_T = \alpha_{\hat{\tau}} = 0$														
2	78.24	19.28	11	11	4	4	7	7	46	6	0	13	82	87
$\alpha_{IC} = 0.05, \alpha_{\tau} = 0.85, \alpha_{IN} = \alpha_{OUT} = 0, \alpha_L = 0.1, \alpha_T = \alpha_{\hat{\tau}} = 0$														
3	76.80	40.65	11	11	4	4	7	7	46	3	0	12	82	269
$\alpha_{IC} = 0.1, \alpha_{\tau} = 0.8, \alpha_{IN} = \alpha_{OUT} = 0, \alpha_L = 0.1, \alpha_T = \alpha_{\hat{\tau}} = 0$														
4	75.00	72.34	11	11	4	4	7	7	46	3	0	12	82	509
$\alpha_{IC} = 0.2, \alpha_{\tau} = 0.7, \alpha_{IN} = \alpha_{OUT} = 0, \alpha_L = 0.1, \alpha_T = \alpha_{\hat{\tau}} = 0$														
5	71.39	377.71	11	11	4	4	7	7	46	6	0	12	82	3637
6	99.8	1943.5	16	16	7	7	9	9	69	6	0	12	116	11059*
$\alpha_{IC} = 0.01, \alpha_{\tau} = 0.89, \alpha_{IN} = \alpha_{OUT} = 0, \alpha_L = 0.1, \alpha_T = \alpha_{\hat{\tau}} = 0$														
7	108.7	56.31	16	16	7	7	9	9	68	7	0	12	116	264
$\alpha_{IC} = 0.05, \alpha_{\tau} = 0.85, \alpha_{IN} = \alpha_{OUT} = 0, \alpha_L = 0.1, \alpha_T = \alpha_{\hat{\tau}} = 0$														
8	106.8	82.48	16	16	7	7	9	9	68	7	0	13	116	340
* Execution interrupted														



**Aumento del tiempo de bloqueo en pistas** →

**Aumento de separación  $\nu$  entre trayectorias** →

**Aumento del área de control (separación de trayectorias)** →

**Table 1. Runs for Airport of figure 1 (mixed runway)**  
 $\alpha_{IC} = 0.2, \alpha_z = 0.1, \alpha_{IN} = 0.05, \alpha_{OUT} = 0.05,$   
 $\alpha_L = 0.5, \alpha_{\hat{z}} = 0, \alpha_{T+} = 0.05, \alpha_{T-} = 0.05$

#Run	$\delta_D$	$\nu$	T <sub>CPU</sub>	$y$	$\phi$	$I_C$	$z$	$D_{IN}$	$D_{OUT}$	$T_-$	$T_+$
1	1, 2	3	57.03	0,1,0	30.2	7	260	1	65	13	7
2	1	3	38.1	1,0,0	25.95	9	233	1	30	17	7
3	2	3	51.05	1,0,0	37.05	8	307	1	100	9	7
4	3	3	130.22	1,0,0	41.3	8	336	1	125	7	7
5	1, 2	1	1.13	0,1,0	28	0	256	1	57	13	7
6	1, 2	2	1.17	0,1,0	28.55	1	259	2	57	13	7
7	1, 2	5	30.6	0,1,0	31.2	16	260	1	59	13	7
8	1, 2	3	216.09	0,1,0	31.25	15	257	1	60	13	7
9	1, 2	3	6.05	0,1,0	31.95	19	257	1	58	13	7
10	1, 2	3	8.2	0,1,0	31.95	19	257	1	58	13	7

**Aumento del área de control (separación de trayectorias)** →

**Aumento de separación  $\nu$  entre trayectorias** →

**Posibles combinaciones acceso a la pista de despegue** →

**Table 2. Runs for Airport of figure 1 (separate runways)**  
 $\alpha_{IC} = 0.2, \alpha_z = 0.1, \alpha_{IN} = 0.05, \alpha_{OUT} = 0.0,$   
 $\alpha_L = 0.5, \alpha_{\hat{z}} = 0, \alpha_{T+} = 0.05, \alpha_{T-} = 0.05$

#Run	T <sub>CPU</sub>	NAR1	NAR2	$y$	$\phi$	$I_C$	$z$	$D_{IN}$	$D_{OUT}$	$T_-$	$T_+$
1	0.95	1	1	0,1,0	30.35	11	257	2	57	13	7
2	56.06	1	1	0,1,0	31.9	19	256	1	59	13	7
3	1.66	1	1	0,1,0	28	0	256	1	57	13	7
4	169.52	1	1	0,1,0	29.7	4	264	3	57	13	7
5	21.5	1	1	0,1,0	31.9	18	258	1	59	13	7
6	61.34	1	1	0,1,0	31.25	15	257	1	60	13	7
7	4.28	1	0	1,0,0	27.4	4	238	4	61	14	5
8	55.25	0	1	0,1,0	31.1	19	247	2	58	13	5

## CONTENIDO

- **Introducción.**
- **Modelo de flujos sobre redes multiartículo binario.**
- **Taxi Planning como herramienta de diseño.**
- **Experiencia Computacional.**
- **Conclusiones.**

## Conclusiones:

- El modelo TPND se ha formulado como un problema de flujos multiartículo binario con restricciones laterales.
- Su función objetivo consiste en la ponderación de un conjunto de factores utilizados por AENA en sus estudios de evaluación mediante herramientas de simulación.
- El número de IC es un factor a minimizar en la f.obj. que comporta una alta carga computacional.
- Se han efectuado experimentos con configuraciones de pequeño tamaño que muestran el comportamiento del modelo TPND y que lo reafirman modelo de toma de decisiones.
- En la actualidad: a) se está comparando los resultados proporcionados por TPND con las herramientas de simulación usadas por AENA y b) se están ensayando algoritmos que permitan el uso del modelo en grandes configuraciones aeroportuarias.

## Publicaciones:

- **A. Marín y E. Codina, (2005)**  
"Taxi Planning: Network Design". Annals of Operations Research. Vol 157, (2008) No1, pp. 135-151.
- **E. Codina, A. Marín (2005)**  
"A Multiobjective Oriented Network Design Model for On Ground Aircraft's Routing Management". 10TH EWGT Poznan, Polonia. Septiembre de 2005. En "Advanced OR and AI Methods in Transportation", Editado por A. Jaszkievicz, M. Zaczmarek, J. Zak, and M. Kubiak, Publishing House of Poznan University of Technology. pp. 63-68.
- **E. Codina, A. Marín (2007)**  
"A mathematical programming model for the evaluation and design of airport configurations". Enviado a Transportation Research Part E.

# *Modelos de establecimiento de frecuencias en líneas de transporte público*

Jornadas Técnicas:

**MODELOS MATEMÁTICOS EN  
SISTEMAS DE TRANSPORTE**

(Ciudad Real, 18 Octubre 2007)

Investigador Pral. Subproyecto UPC

**Esteve CODINA**

Becario FPI: Salim GUENATRI

Proyecto MEC i+d TRA2005-090608-c03-02

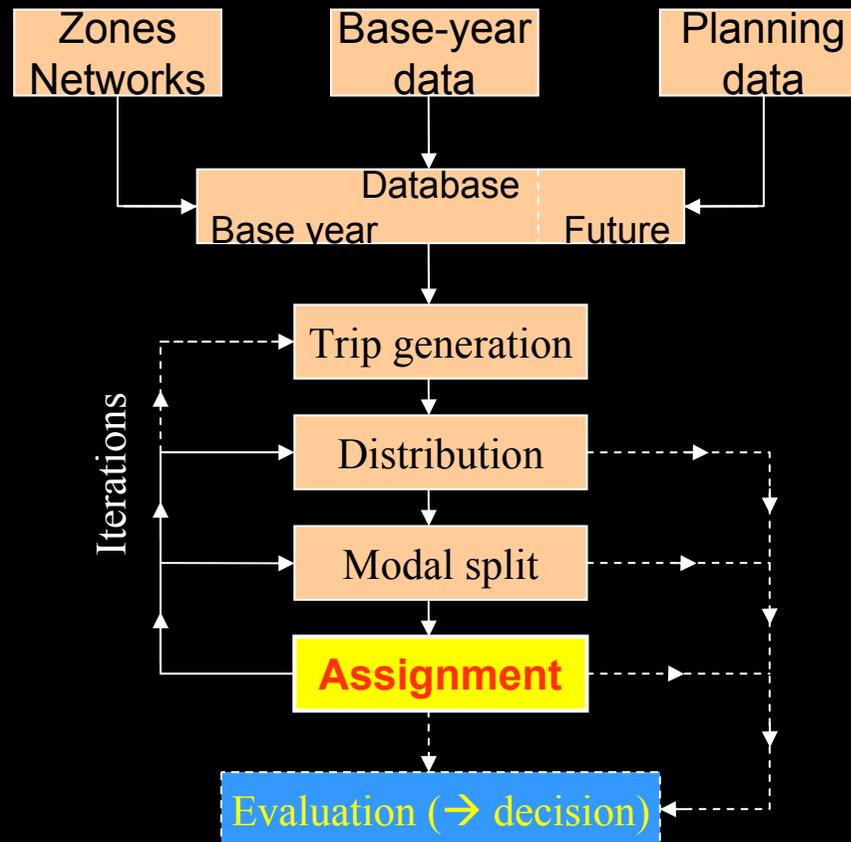


# Contenido

- **Introducción y contexto**
- **Revisión y estado del arte en asignación T. Público.**  
Modelización de la congestión
- **Modelos que incorporan las frecuencias efectivas.**
- **Modelos de establecimiento de frecuencias**
- **Trabajo futuro y conclusiones**



## El esquema de 4 etapas en planificación de transporte



### Aproximación:

Modelización mediante técnicas de Programación Matemática y elementos de la Probabilidad y Estadística (muestreo, modelos de elección discreta, procesos estocásticos)

### Inputs:

Características de la red (líneas, frecuencias, tiempos, velocidades...) y de la Demanda (zonificación, Matriz O-D)

### Outputs:

Flujo de pasajeros en los segmentos de línea.

Tiempos (Matriz O-D de tiempos, demoras medias en las paradas)

Ocupación de las líneas



# Contenido

- Introducción y contexto
- **Revisión y estado del arte en asignación T. Público.**
  - Modelización de la congestión
- Modelos que incorporan las frecuencias efectivas.
- Modelos de establecimiento de frecuencias
- Trabajo futuro y conclusiones



## CARACTERÍSTICAS GENERALES

- Aproximación Estática
- Llegadas de usuarios a las paradas independientes de las llegadas de los vehículos. (Tratamiento de las esperas en las paradas según “tiempo residual”)
- Tratamiento explícito o implícito del solapamiento de líneas.
- “Congestión”. Es producto de una conjunción de factores + compleja que en los modelos de tráfico.
- Elección de ruta. Modelización compleja.





## Niveles en la modelización de la congestión

### Modelos “descongestionados”

- Frecuencia experimentada por el usuario =cte.
- Costes de viaje en los arcos = Ctes.
- No hay tratamiento de las capacidades de los vehículos

### Modelos “semicongestionados”

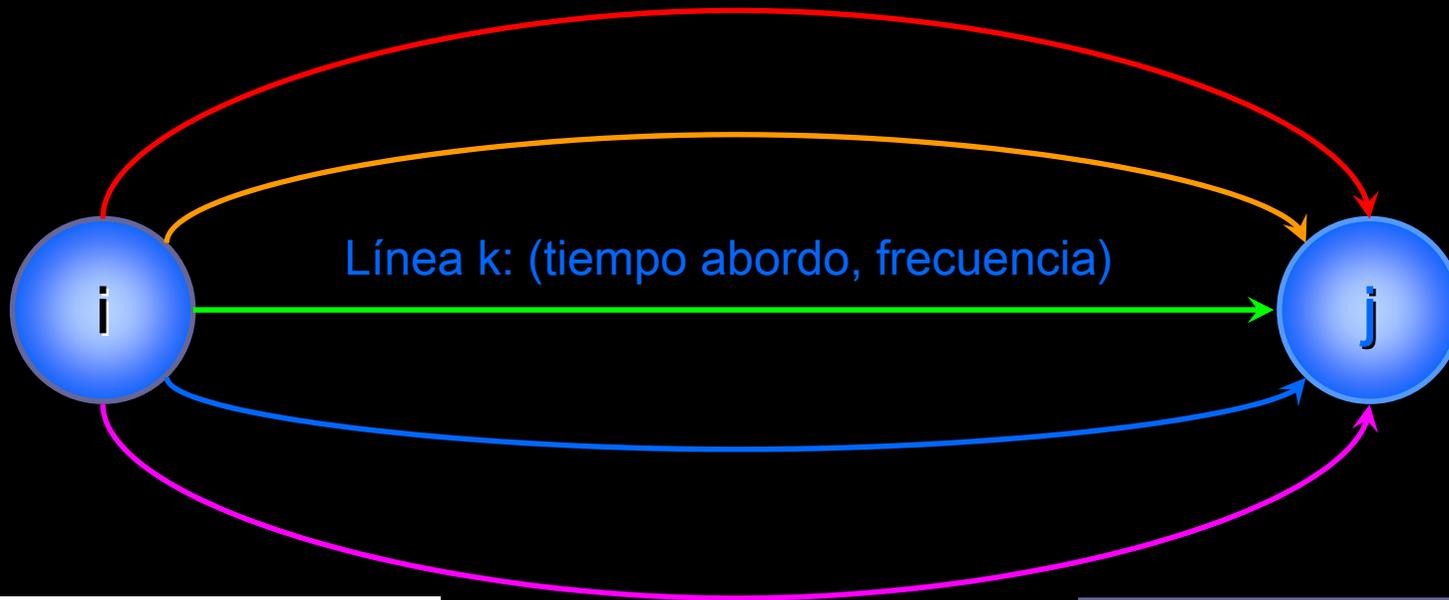
- Frecuencia experimentada por el usuario =cte.
- Costes en los arcos =  $F(\text{vol. de viajeros})$ .
- Puede haber tratamiento de las capacidades de los vehículos

### Modelos “con plena representación de la congestión”

- Concepto de “frecuencia efectiva”: Frecuencia experimentada por el usuario =  $F(\text{vol. de pasajeros})$ .
- Costes en los arcos =  $F(\text{vol. de viajeros})$ .
- Las capacidades de los vehículos aparecen de forma explícita.

# Revisión y Estado del Arte. Problema de líneas solapadas

## Determinación del conjunto de líneas atractivas $A_i^+$



$$\min_{\{x_l\}} \frac{k + \sum_l t_l f_l x_l}{\sum_l f_l x_l}$$

Programa hiperbólico  
[Chriqui & Robillard, 1975]

$$v_a = \frac{x_a f_a}{\sum_{a' \in A_i^+} f_{a'} x_{a'}} v_i$$

Extensiones:

[Marguier & Ceder, 1984]; [DeCea & Fernández, 1989]; [Israeli & Ceder, 1996]



## Modelización del comportamiento de los usuarios.

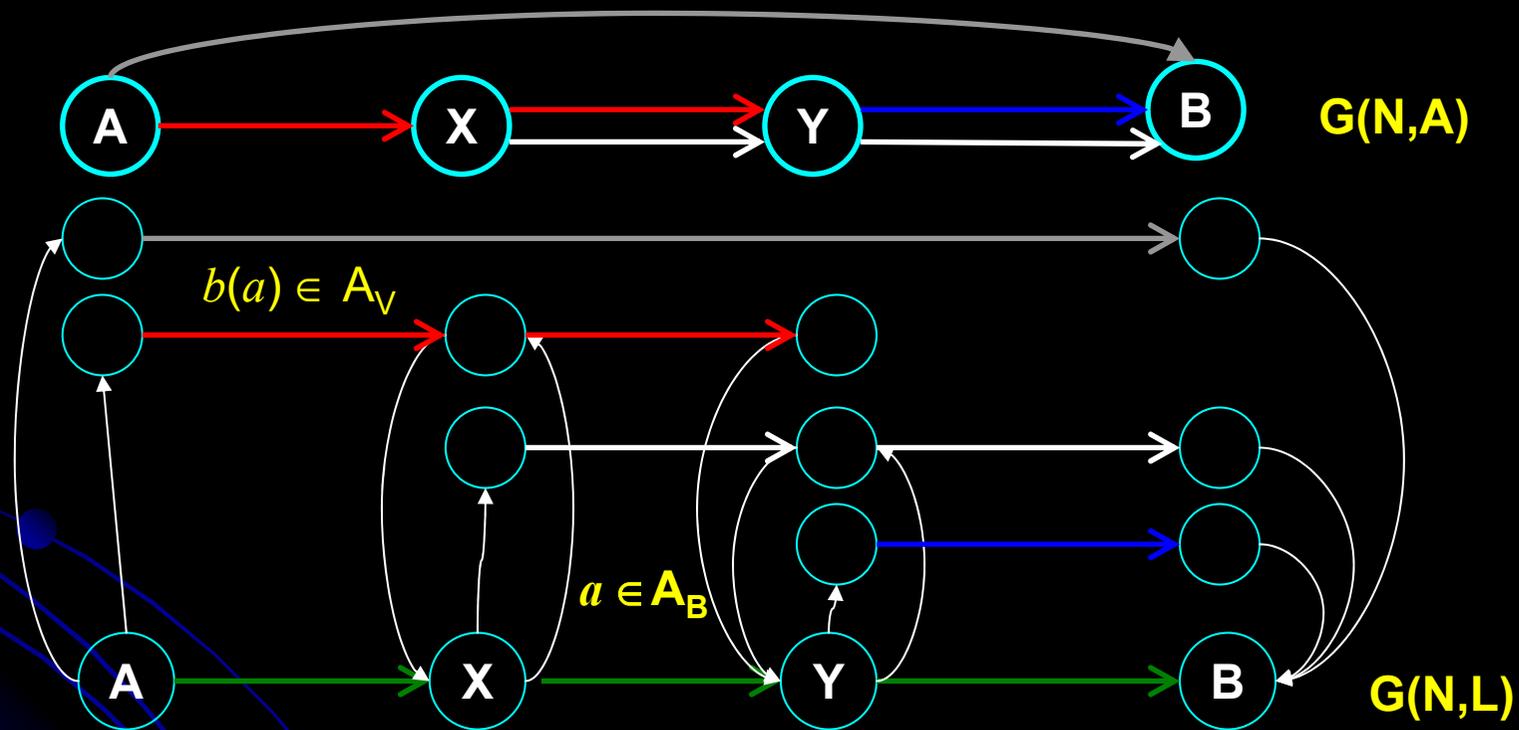
### Concepto de estrategia. (Spiess y Gendreau (1984))

1. Un viajero espera en un nodo  $i$ .
2. Embarca en el primer vehículo que llegue dentro de un conjunto de líneas “atractivas”.
3. Desciende en un nodo  $j$  (función de la línea que ha escogido).

Si el nodo donde descendiendo *no* es la destinación:  $i \leftarrow j$   
volver a 1.

(No confundir con paseo aleatorio)

# Representación conveniente de la red de transporte público:



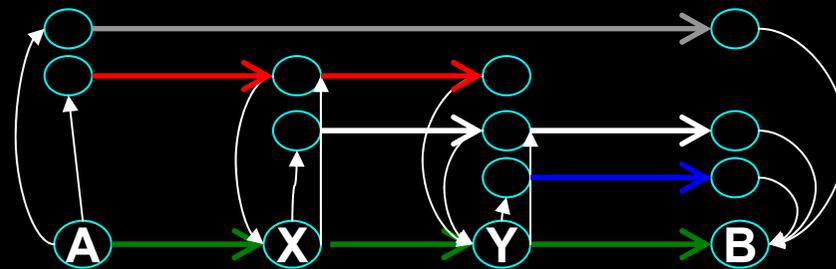
Grafo de secciones de línea expandido



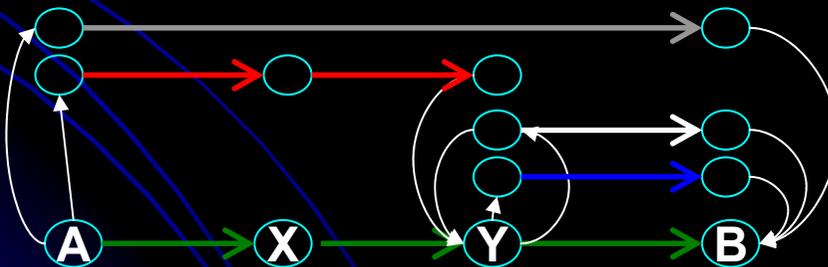
# Revisión y Estado del Arte. Estrategias e Hiperpasos

## Hiperpaso (Nguyen & Pallotino).

Describe una estrategia. Es un subgrafo del grafo expandido de secciones de línea que contiene todos los caminos acíclicos posibles en una estrategia, que unen un origen con un destino.

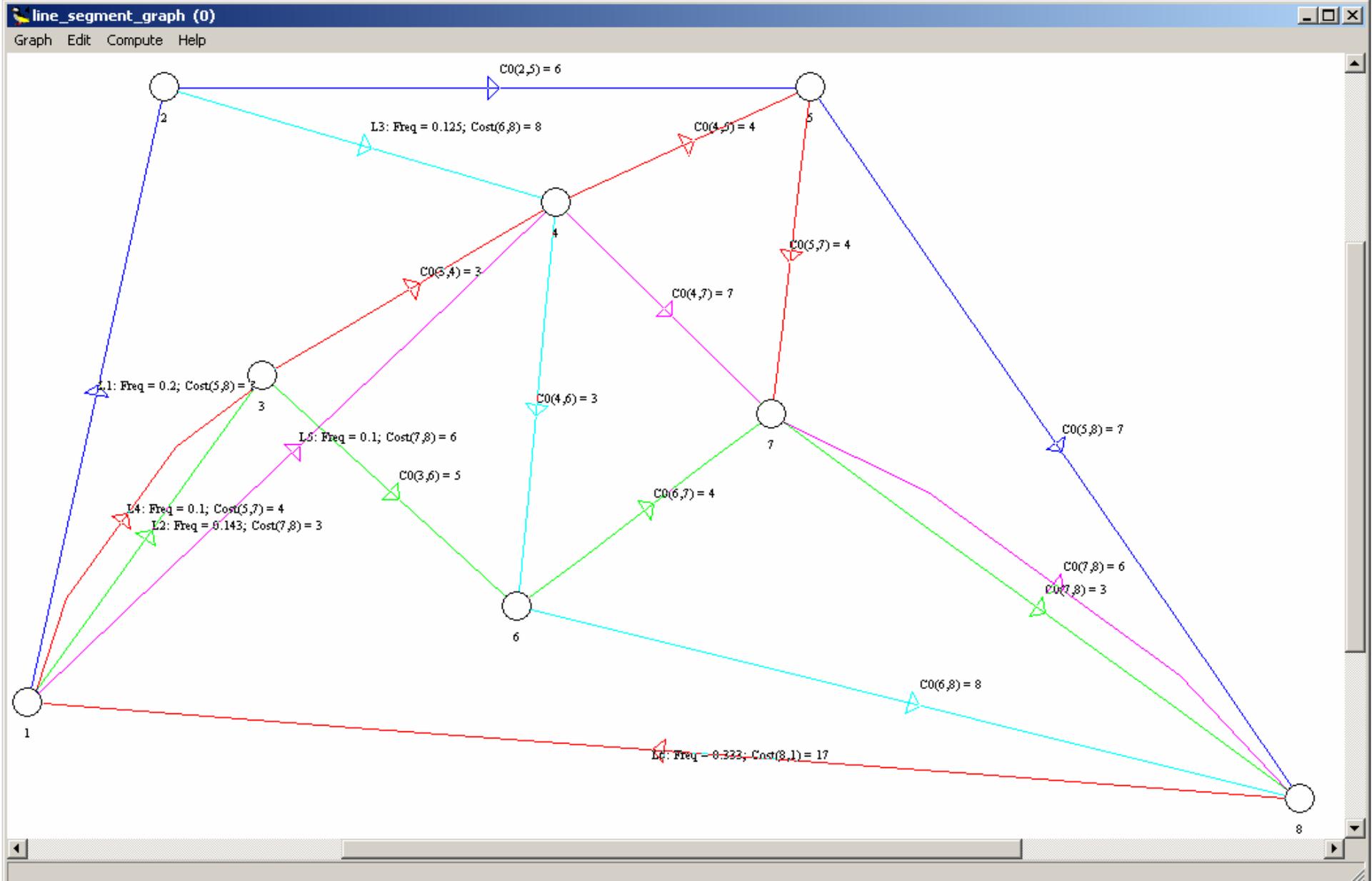


Grafo expandido de secciones de línea

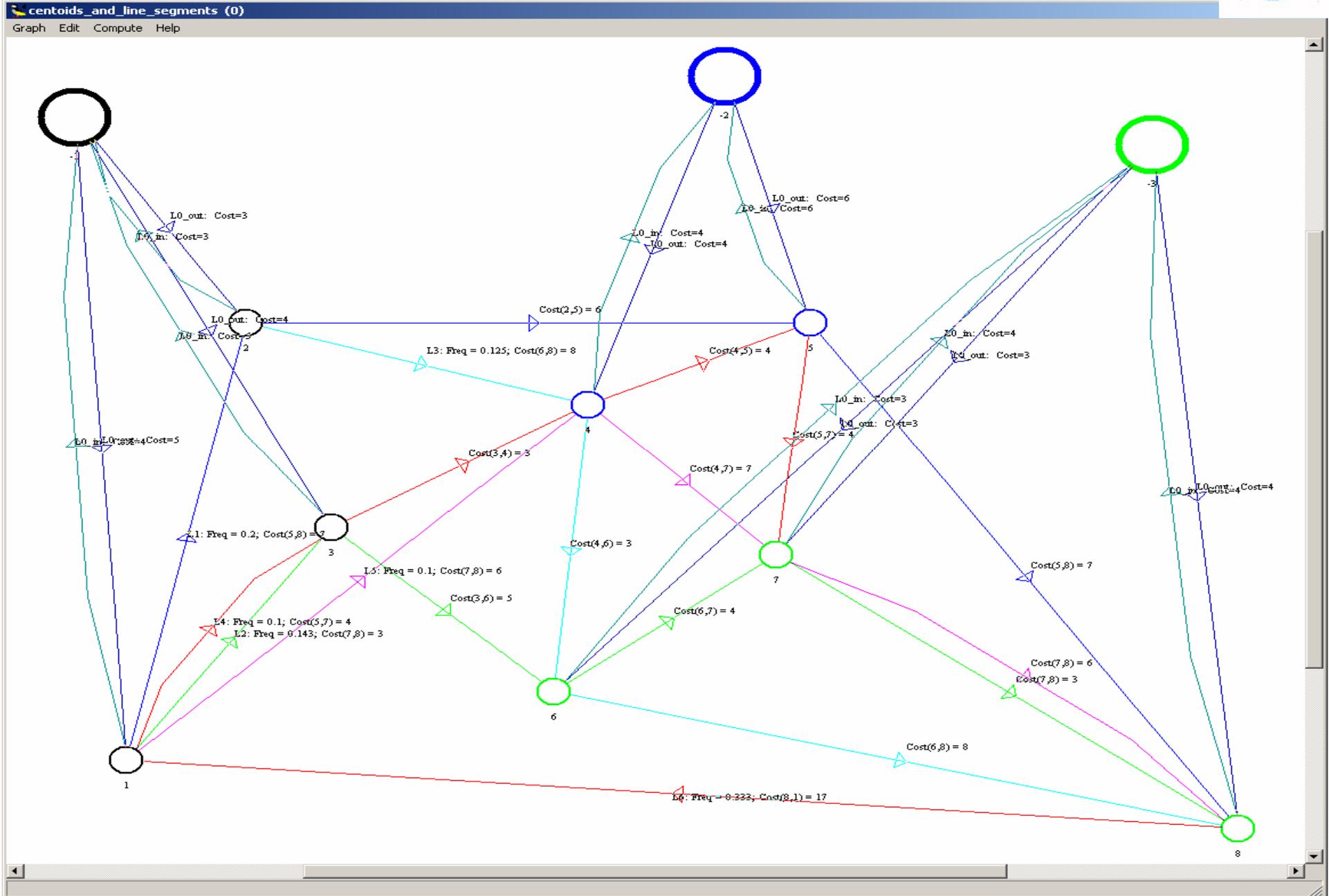


Hiperpaso

# “Grafo de secciones de línea”



# “Grafo de secciones de línea+centroides”







# Revisión y Estado del Arte ■ Modelo lineal de Spiess (1984)

$$\text{Min}_{v,w} \sum_{a \in A} c_a v_a + \sum_{i \in N} \sum_{d \in D} w_i^d$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{a \in A_i^+} v_a^d - \sum_{a \in A_i^-} v_a^d = g_i^d, \quad i \in N - \{d\}, \quad d \in D$$

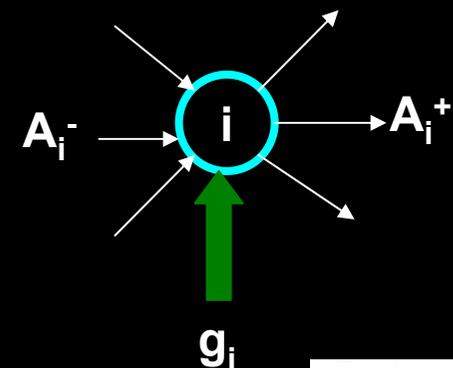
$$\text{(Spiess)} \quad v_a^d \leq w_i^d f_a$$

$$v_a^d \geq 0$$

Modelo sin congestión

-  $w_i^d$  tiempo total de espera para todos los viajes que se originan en el nodo  $i$ .

- Se garantiza que se minimiza la esperanza del tiempo O-D según las posibles estrategias.



# Revisión y Estado del Arte. Modelo no lineal de Spiess (1984)

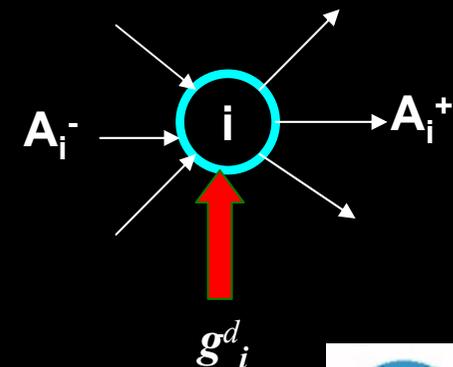
$$\text{Min}_{v,w} \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} c_a(x) dx + \sum_{i \in N} \sum_{d \in D} w_i^d$$

$$\text{s.t.} : \sum_{a \in A_i^+} v_a^d - \sum_{a \in A_i^-} v_a^d = g_i^d, \quad i \in N - \{d\}, \quad d \in D$$

$$\text{(Spiess)} \quad v_a^d \leq w_i^d f_a$$
$$v_a^d \geq 0$$

**Modelo parcialmente congestionado**

- $w_i^d$  tiempo total de espera para todos los viajes que se originan en el nodo  $i$ .
- Se garantiza que se minimiza la esperanza del tiempo O-D según las posibles estrategias.



# Contenido

- Introducción y contexto
- Revisión y estado del arte en asignación T. Público.  
Modelización de la congestión
- **Modelos que incorporan las frecuencias efectivas.**
- Modelos de establecimiento de frecuencias
- Trabajo futuro y conclusiones



## Modelización de la congestión. Frecuencias efectivas

FACTORES QUE INCIDEN EN LA  
DISTRIBUCIÓN DE LOS PASAJEROS  
EN LAS LÍNEAS

### Frecuencias

[DeCea & Fernández, 1993]

[Wu & al, 1993, 1994]

[Cominetti & al, 2001, 2006]

### Capacidades residuales

[Gendreau, 1984]

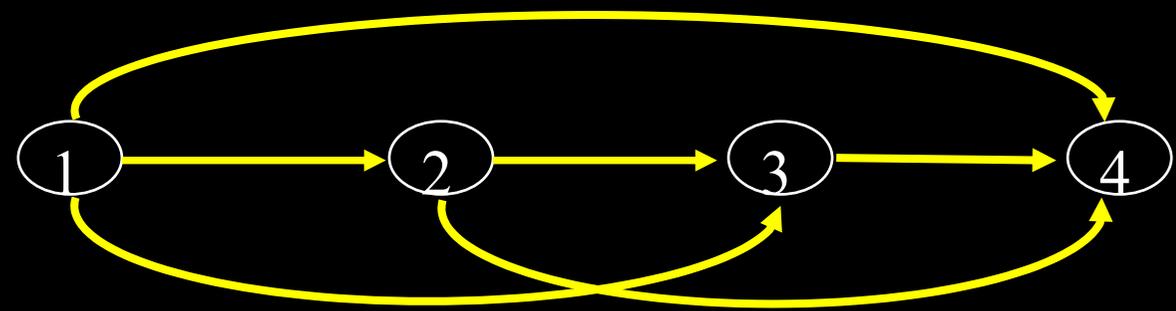
[Kurauchi & al, 2003]



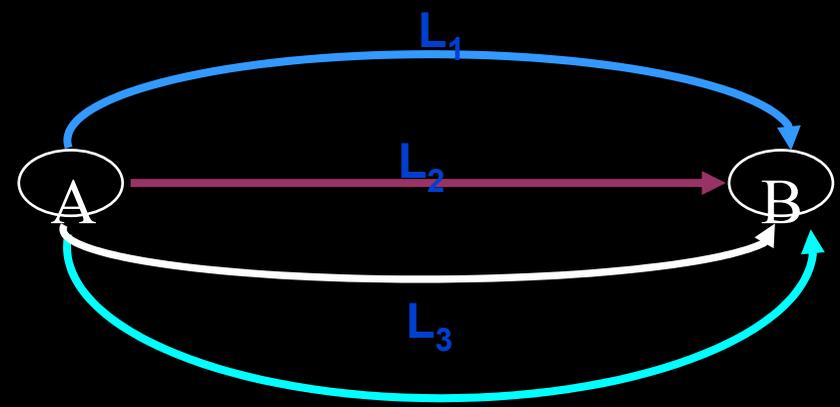
# Modelo congestionado

[DeCea & Fernández]

LINEA



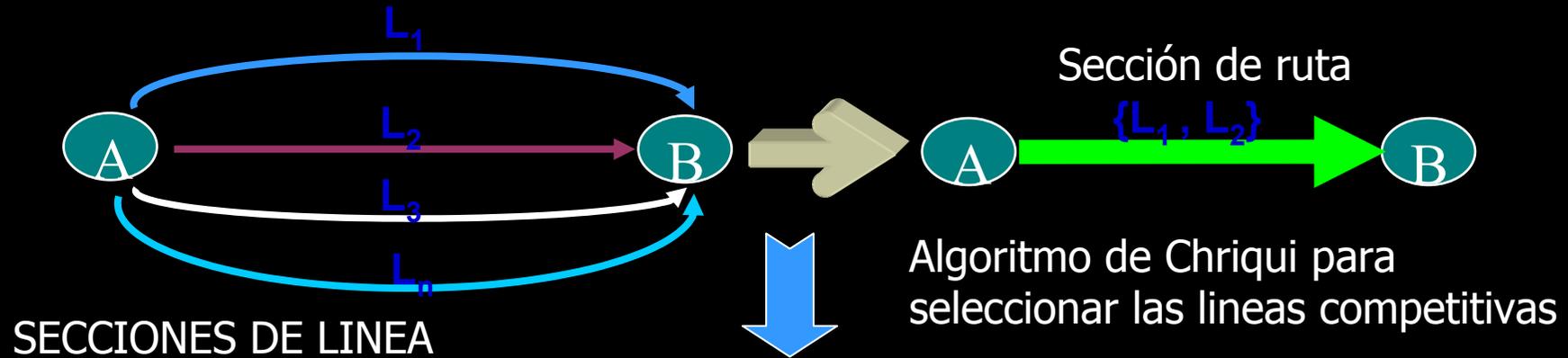
SECCIÓN DE LINEA



GRAFO DE SECCIONES DE LINEA



## Modelo congestionado [DeCea & Fernández]



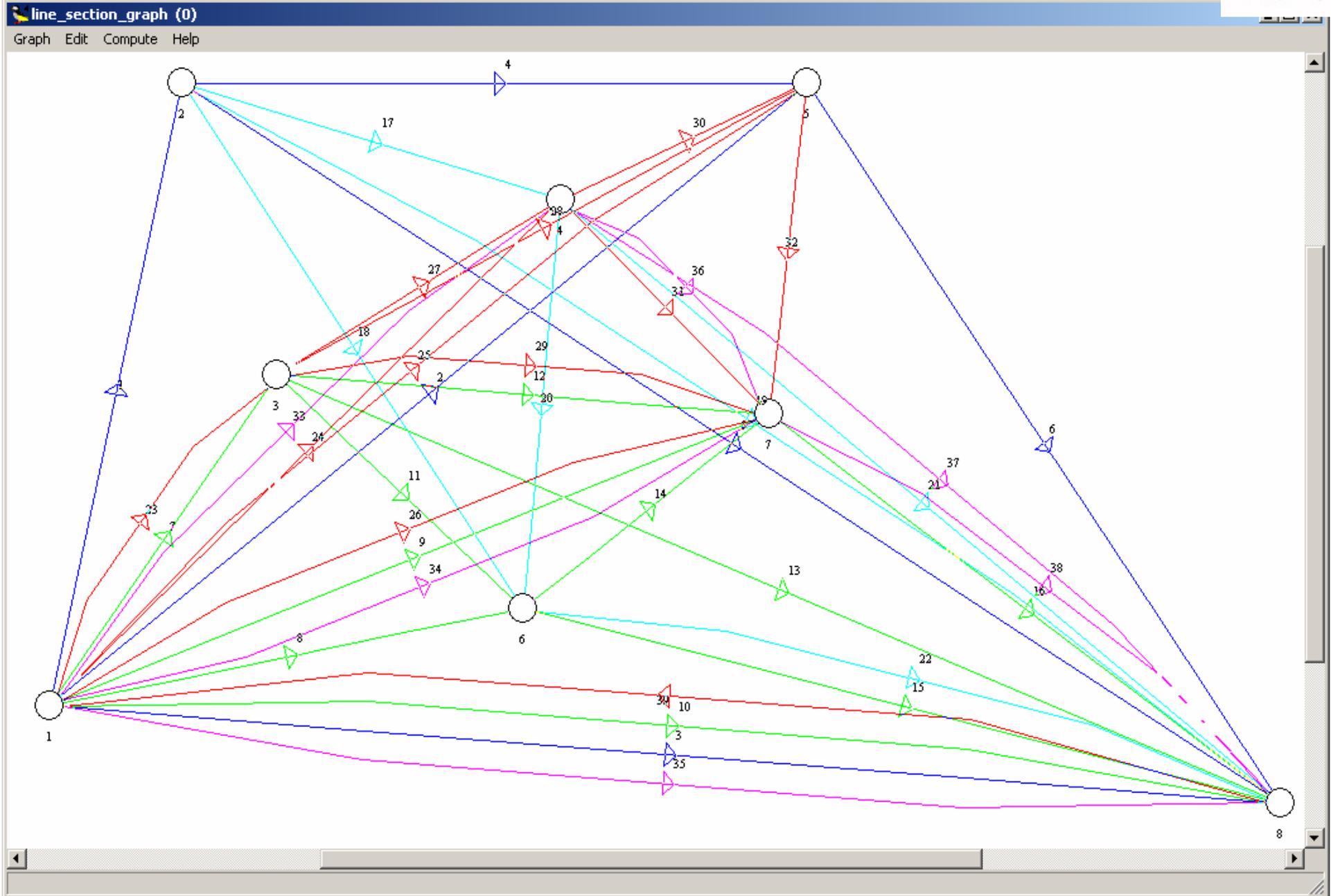
*Asignación de la matriz O-D sobre el grafo de secciones de ruta:*

- Todo o nada
- Equilibrio Determinista o Estocástico
- ...

RESULTADOS: Flujos en secciones de ruta

Los resultados deben retrocerse → SECCIONES DE LINEA → LINEA

# “DeCea & Fernández. Grafo de secciones de linea”

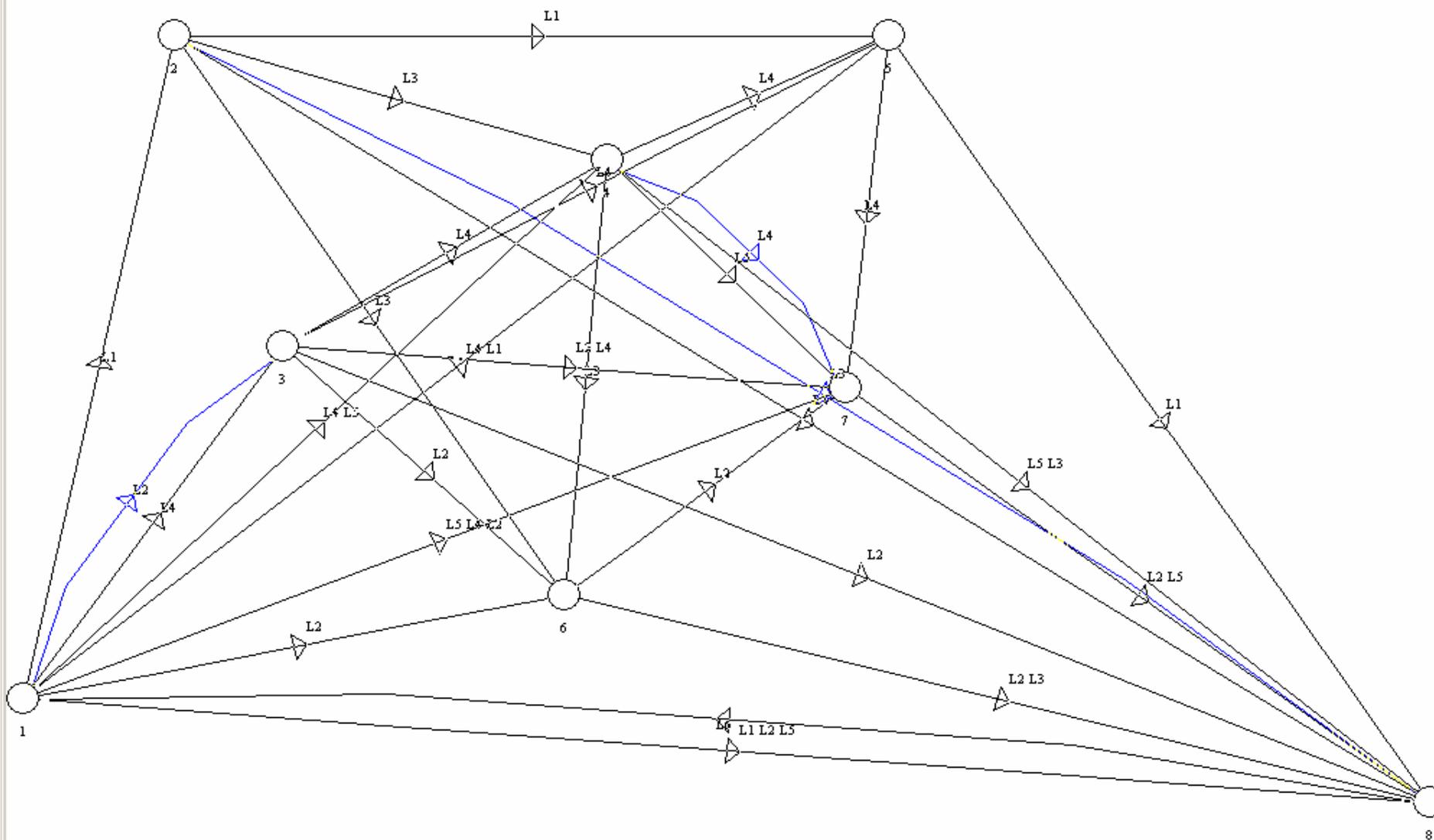


# “DeCea & Fernández. Grafo de secciones de linea reducido”



line\_section\_aggregation\_graph (0)

Graph Edit Compute Help



Se abren múltiples posibilidades sobre el grafo de secciones de línea:

-*asignación estocástica*

-*asignación en equilibrio, todo o nada, ...*

Modelo en V.I. de [DeCea & Fernández, 1993]

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{c}(\mathbf{V}^*) \cdot (\mathbf{V}^* - \mathbf{V}) \leq 0, \\ \forall \mathbf{V} \in \Omega, \text{ i.e. :} \\ \sum_{r \in R_w} h_r = T_w, \quad \forall w \in W; \\ \sum_{r \in R} \delta_{sr} \cdot h_r = V^s, \quad \forall s \in S; \\ v_l^s = f_l^{\prime s}(v) \cdot \omega^s(v) \cdot V^s, \quad \forall l \in \bar{B}_s, s \in S'. \end{array} \right.$$

Los autores proponen un método de diagonalización combinado con una iteración de punto fijo para las restricciones que modelizan la frecuencia efectiva.



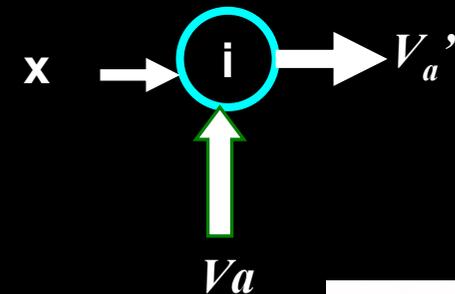
## Modelo “fully congested” consistente con el concepto de estrategia

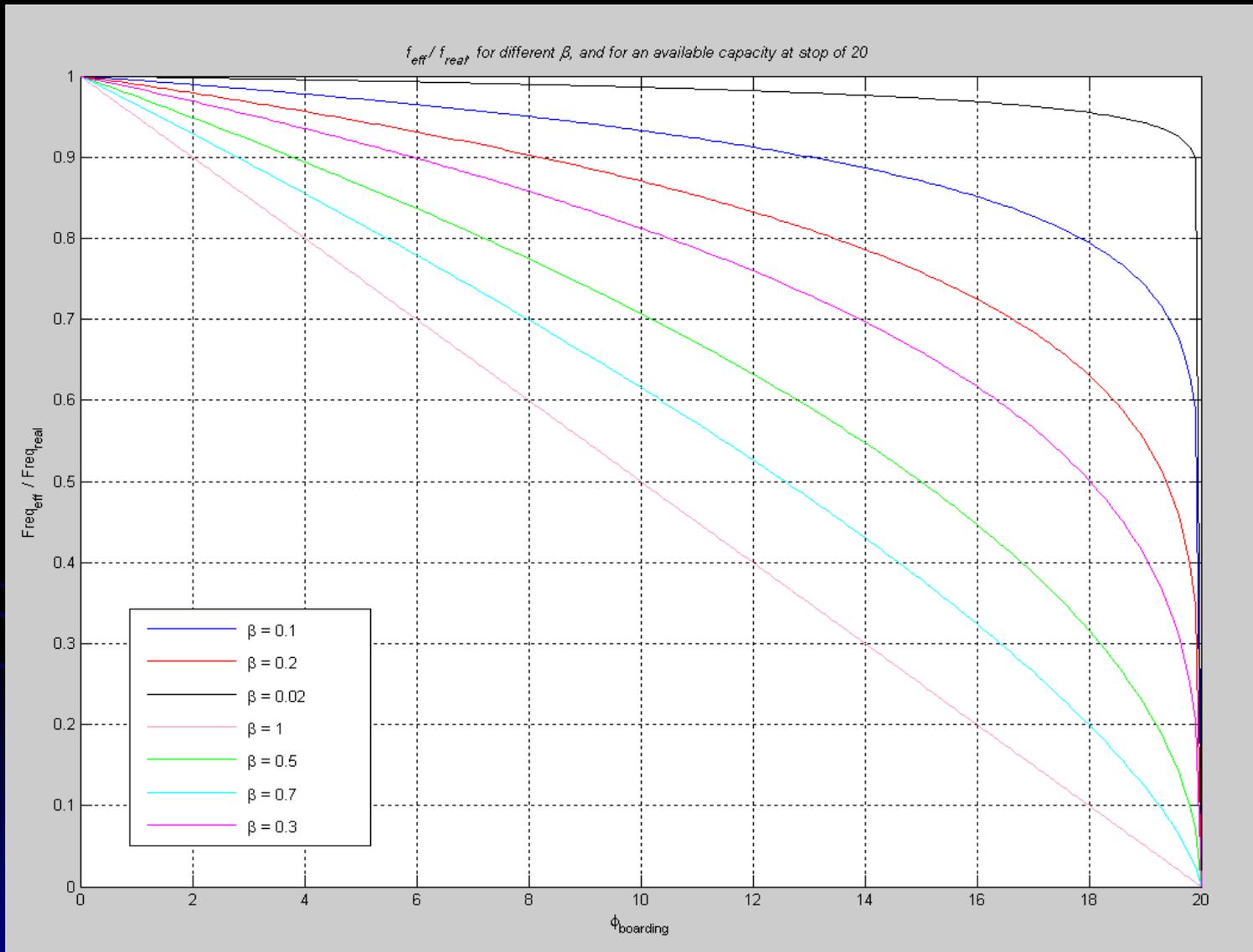
$$\text{Min}_{v \in \mathcal{V}_0} \sum_{d \in D} \left[ \sum_{a \in A} t_a(v_a) v_a^d + \sum_{i \neq d} \max_{a \in A_i^+} \frac{v_a^d}{f_a} - \sum_{i \neq d} g_i^d \tau_i^d(v) \right]$$

Cepeda, Cominetti,  
Florian (2006)

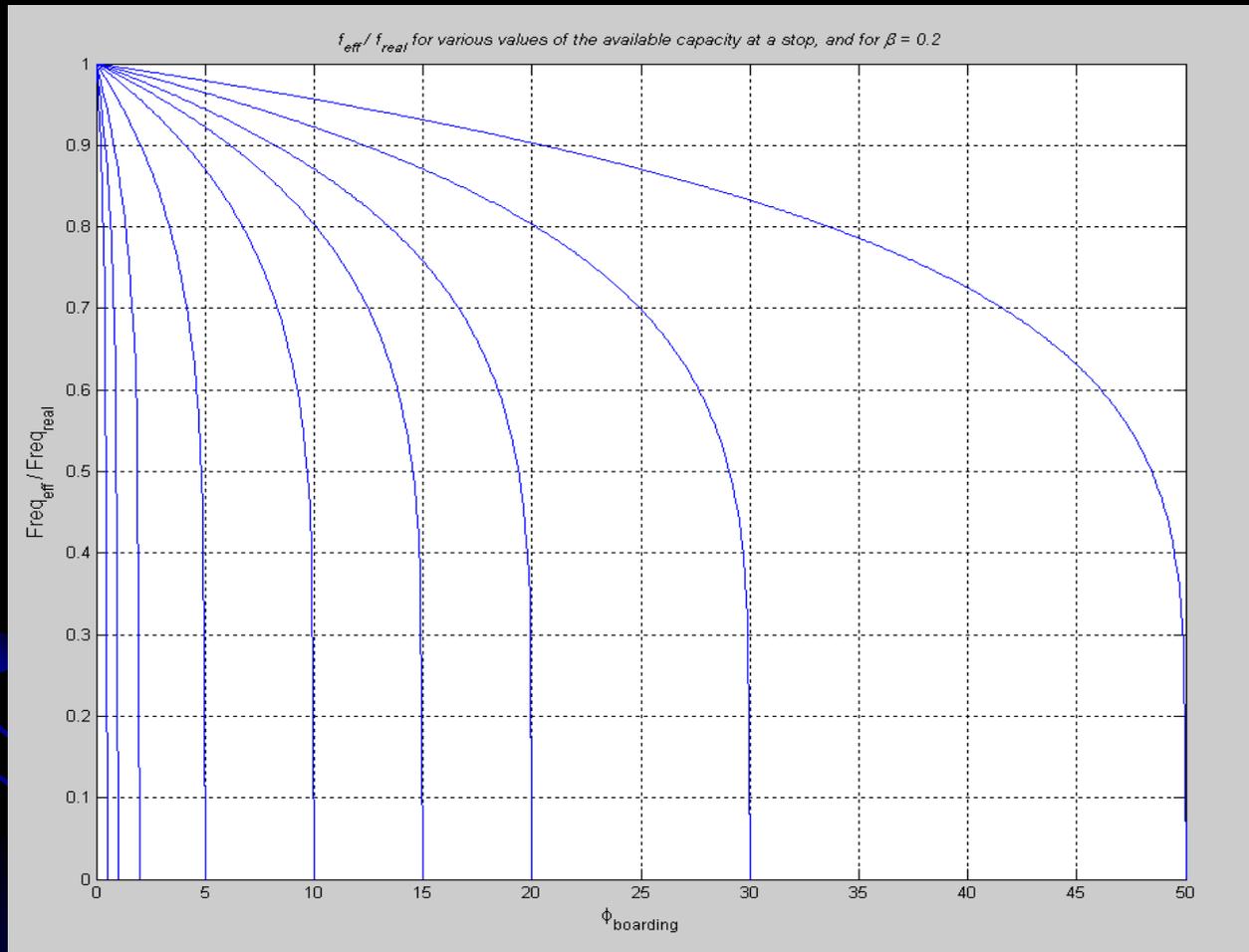
Contiene como casos particulares los  
modelos de Spiess (lineal y no lineal)

$$f_a(v) = \begin{cases} \mu \left[ 1 - \left( \frac{v_a}{\mu c - v_{a'} + v_a} \right)^\beta \right] & \text{if } v_{a'} < \mu c, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$





$$f_{\text{eff}} = f_{\text{real}} \left[ \frac{C_{\text{available}} - V_{\text{boarding}}}{C_{\text{available}}} \right]^\beta$$



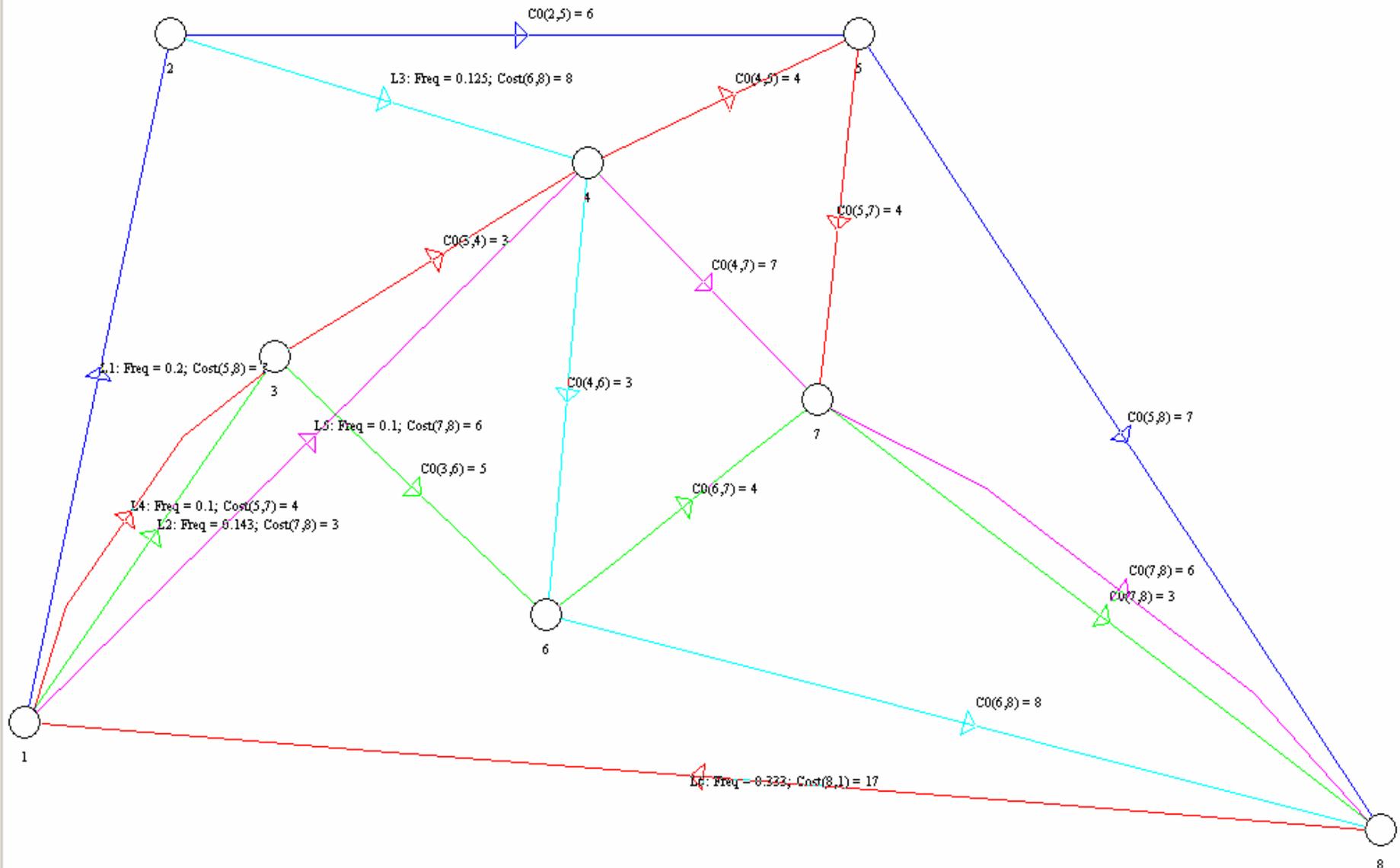
$$f_{eff} = f_{real} [(C_{available} - V_{boarding}) / C_{available}]^{\beta}$$

# “Line Segment Graph”



line\_segment\_graph (0)

Graph Edit Compute Help





Cepeda, Cominetti,  
Florian (2006)

### ALGORITHM MSA

*Initialize:* find  $v^0 \in \mathcal{V}_0$  and set  $k \leftarrow 0$

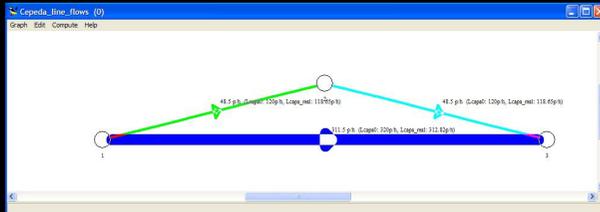
**while**  $G(v^k) > \epsilon$

- compute  $t_a = t_a(v^k)$  and  $f_a = f_a(v^k)$
- compute shortest hyperpaths for each  $d \in D$
- determine the induced flows  $\hat{v}_a^d$
- update  $v^{k+1} = (1 - \alpha_k)v^k + \alpha_k \hat{v}$
- set  $k \leftarrow k + 1$

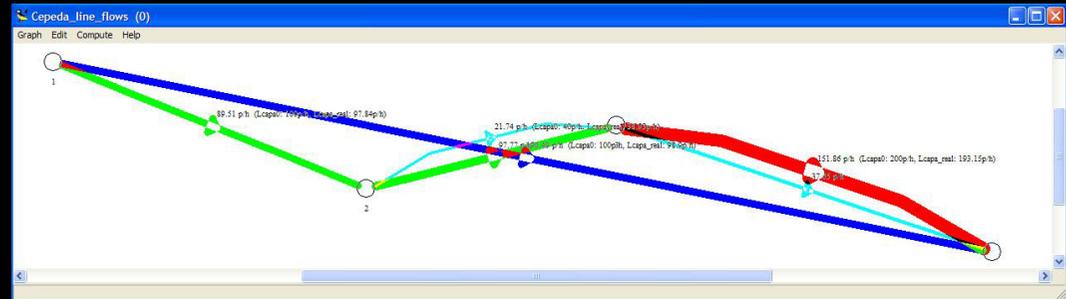
**end**

*Stop:*  $v^k$  is a solution with gap  $G(v^k) \leq \epsilon$ .

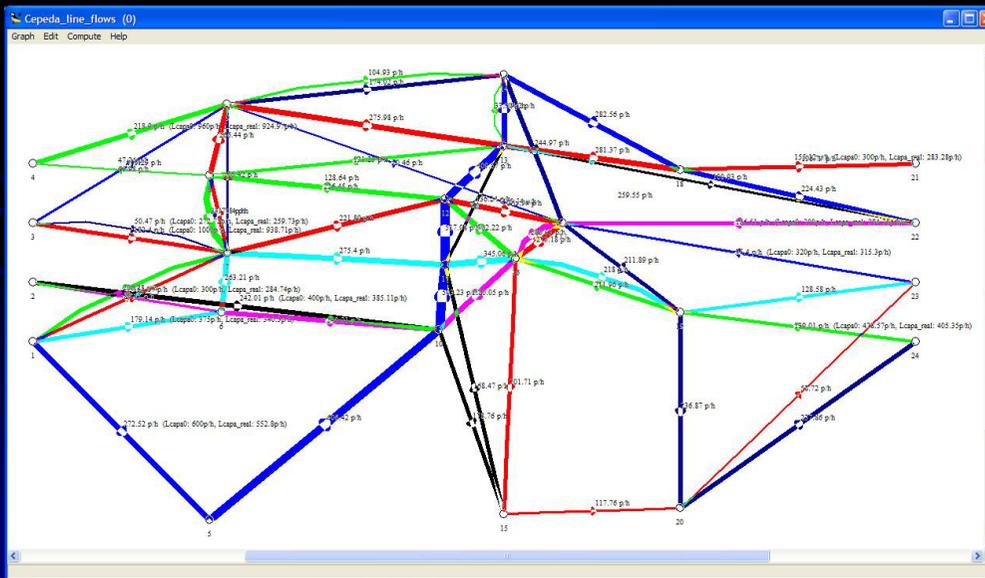
Jornadas Técnicas: **MODELOS MATEMÁTICOS EN SISTEMAS DE TRANSPORTE** (Ciudad Real, 18 Octubre 2007)



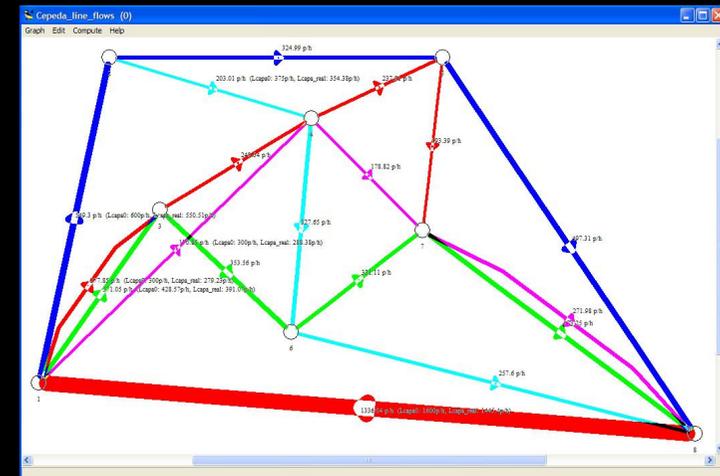
RED1. Cepeda, Cominetti, Florian



RED2. Florian

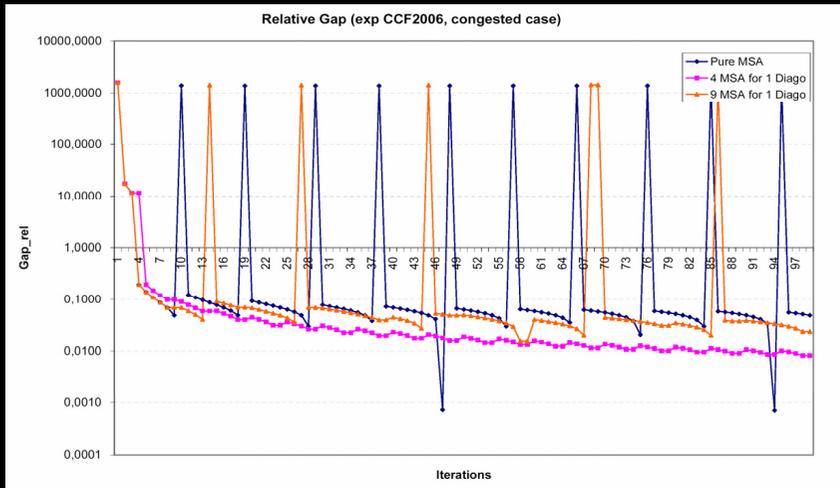


RED4. Tomasso. Descongestionada

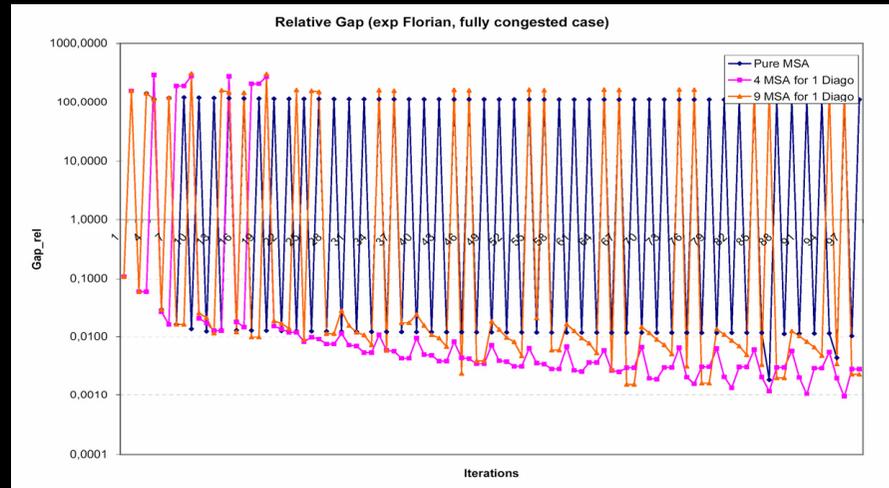


RED3. Salim

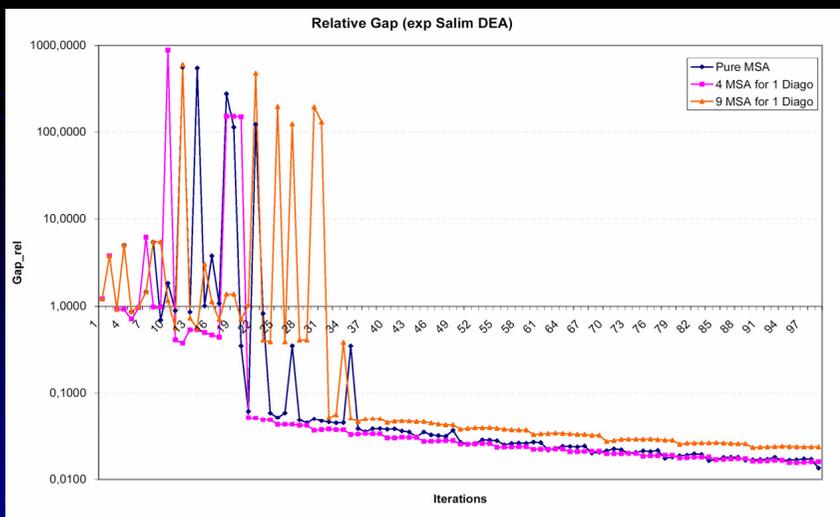




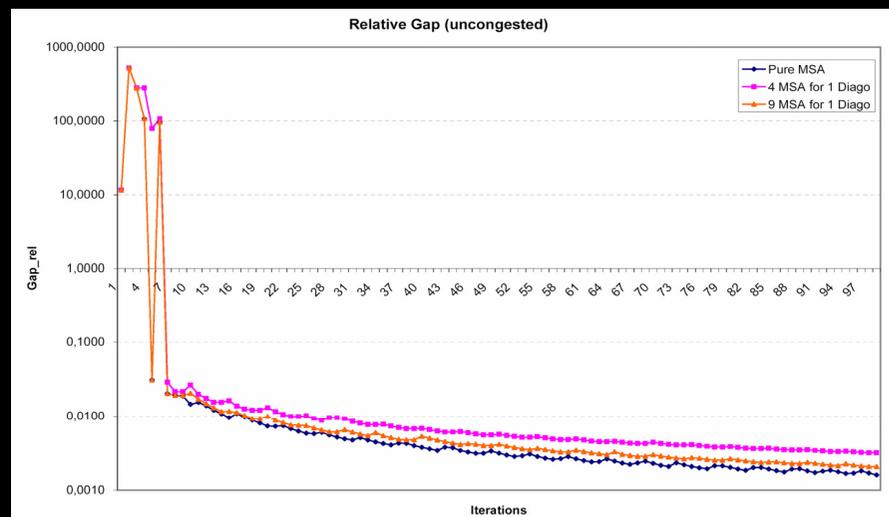
RED1. Cepeda, Cominetti, Florian



RED2. Florian



RED3. Salim



RED4. Tomasso. Descongestionada

# Contenido

- Introducción y contexto
- Revisión y estado del arte en asignación T. Público.  
Modelización de la congestión
- Modelos que incorporan las frecuencias efectivas.
- **Modelos de establecimiento de frecuencias**
- Trabajo futuro y conclusiones



## Motivación

- Los Operadores son reacios a cambios drásticos/reestructuraciones de la topología de la red de líneas/paradas (redes de superficie).
- En general disponen de modelos de as. en equilibrio T.P. Basados en el concepto de estrategia bajo paquetes comerciales (EMME/2, TransCad, ...)
- Prefieren ajustes de menor envergadura:

*Adición de nuevas líneas/paradas en  $n^{\circ}$  reducido*

*Reajustes de las frecuencias*

*Ampliación de flotas.*

## Modelo de Constantin (1995)

$$\text{Min}_f \text{Min}_{v,w} \sum_{a \in A} c_a v_a + \sum_{i \in N} \sum_{d \in D} w_i^d$$

$$\text{s.t.} : \sum_{a \in A_i^+} v_a^d - \sum_{a \in A_i^-} v_a^d = g_i^d, \quad i \in N - \{d\}, \quad d \in D$$

$$v_a^d \leq w_i^d f_a$$

$$v_a^d \geq 0$$

$$f \geq \underline{f}$$

## Modelo de Noriega y Florian (2003)

$$\text{Min}_f \quad \sum_{a \in A} c_a(v_a)v_a + \sum_{i \in N} \sum_{d \in D} w_i^d$$

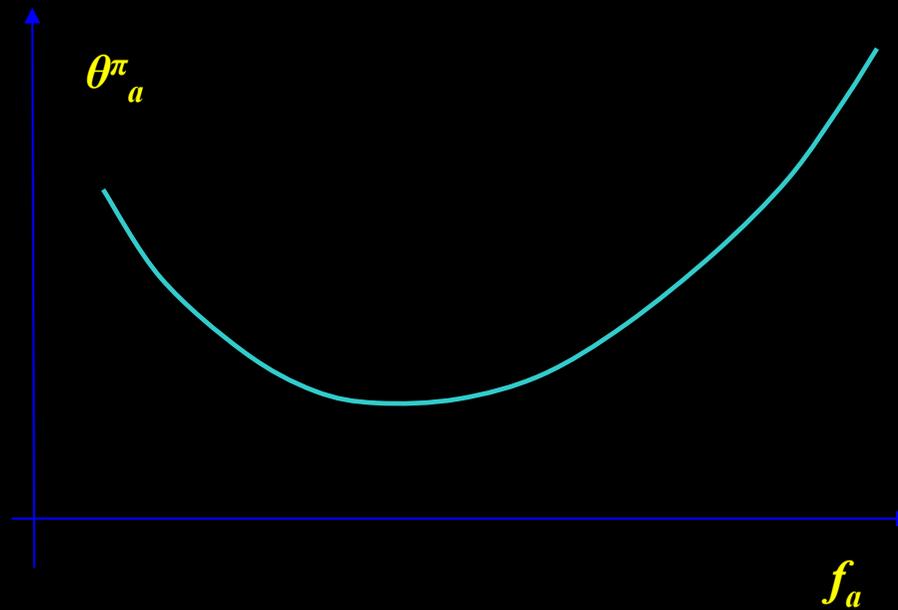
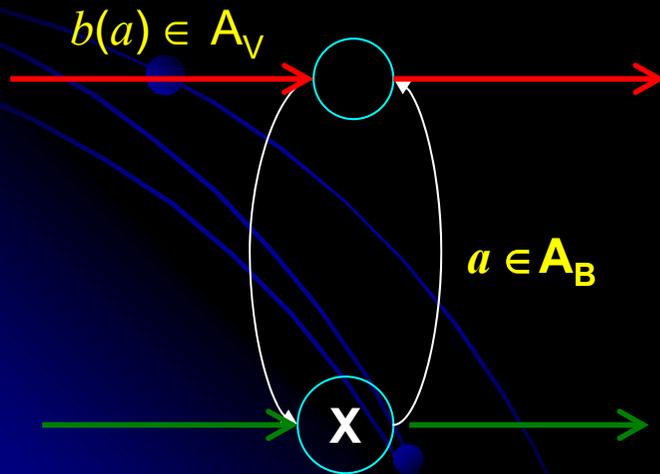
$$\text{Min}_{v,w} \quad \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} c_a(x)dx + \sum_{i \in N} \sum_{d \in D} w_i^d$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. :} \quad & \sum_{a \in A_i^+} v_a^d - \sum_{a \in A_i^-} v_a^d = g_i^d, \quad i \in N - \{d\}, \quad d \in D \\ & v_a^d \leq w_i^d f_a \\ & v_a^d \geq 0 \end{aligned}$$

## INCLUSION DE FACTORES MEDIOAMBIENTALES: EMISIONES

$$\theta_a^\pi(f_a, v_{b(a)}) = \alpha_{b(a)}^\pi + \beta_{b(a)}^\pi \left( \frac{v_{b(a)}}{f_a} \right)^{\gamma_a} + \delta_a^\pi f_a$$

$$\sum_{a \in A_B} \theta_a^\pi(f_a, v_{b(a)})$$



$$\text{Tiempo Total} = T(v, w) = \sum_{a \in A} c_a(v_a)v_a + \sum_{i \in N} \sum_{d \in D} w_i^d$$

$$\text{Emisión Total de } \pi_0 = \theta^{\pi_0}(f, v) \quad (\pi_0 = \text{CO}_2)$$

$$\text{U.L : } \text{Min}_{f^0, n} \quad \sigma \theta^{\pi_0}(f^0, v) + (1 - \sigma)T(v, w)$$

$$\text{Min}_{v, w} \quad \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} c_a(x) dx + \sum_{i \in N} \sum_{d \in D} w_i^d$$

$$\text{L.L : } \quad \text{s.t :} \quad \sum_{a \in A_i^+} v_a^d - \sum_{a \in A_i^-} v_a^d = g_i^d, \quad i \in N - \{d\}, \quad d \in D$$

$$v_a^d \leq w_i^d f_a(f_a^0, v)$$

$$v_a^d \geq 0$$

$$\underline{f} \leq f^0 \leq \hat{f}(n)$$

$$\sum_{\ell \in \mathcal{L}} n_\ell = \hat{N} \quad n_\ell \geq 0, \quad n_\ell \in Z$$

$$\theta^\pi(f, v) \leq M^\pi, \quad \pi \in P - \{\pi_0\}$$

### Bundle type method

Si el nivel inferior tiene solución única  $\rightarrow \text{Min}_{y \in X} F(x^*(y), y)$

(NB: Generalmente  $x^*(y)$  nondiferenciable)

Iteration k:  $\{f(y_k), g_k\}$ , build a model of the objective function at the neighbourhood

Resolver el nivel inferior (i.e. encontrar  $x \in S^*(y)$ ):  $G(x, y) = 0, (x, y) \in \Omega$

Uso de  $G(x, y)$  funciones de gap generalizadas (Fukushima, Patriksson)

Aproximación del MPEC mediante penalizaciones inexactas de la función de Gap

$$\text{Min}_{x, y} F(x, y) + \rho G(x, y) \quad \text{s.a. } (x, y) \in \Omega$$

Condiciones de 1er orden

$$\text{VI: } 0 \in \phi_\rho(x, y) + N_\Omega(x, y), \quad (\phi_\rho(x, y) = \nabla F(x, y) + \rho \nabla G(x, y))$$

$\rightarrow$  Punto fijo  $\rightarrow$  [Bierlaire & Crittin, 2006]

# Contenido

- Introducción y contexto
- Revisión y estado del arte en asignación T. Público.  
Modelización de la congestión
- Modelos que incorporan las frecuencias efectivas.
- Modelos de establecimiento de frecuencias
- **Trabajo futuro y conclusiones**



## Trabajo futuro y conclusiones

- Se ha efectuado una revisión del Estado del Arte en modelos deterministas de Asignación de Transporte Público:
- **MODELOS BASADOS EN EL CONCEPTO DE ESTRATEGIA:** modelización realista del comportamiento de los usuarios de T.P.
- Modelo CCF: permite modelizar aspectos complejos de la *congestión* de las redes de T.P. (frecuencias efectivas)
- Se han realizado pruebas que mejoran el algoritmo MSA para el modelo CCF.
- Los principales modelos de ajuste/establecimiento de frecuencias usan "*Tiempo Total del Sistema*" como función obj. U.L.



## Trabajo futuro y conclusiones

### Incorporación de nuevos factores de tipo medioambiental.

- El modelo que se plantea no incluye la captación de demanda del transporte privado ni tampoco sus emisiones.

- *Inclusión de modelos multimodales complejos.*

**Florian, Wu, He** "A Multi-Class Multi-Mode Variable Demand Network Equilibrium Model With Hierarchical Logit Structures").

**J. de Cea Ch., J. E. Fernández L.V. Dekock** « Solving network equilibrium problems on multimodal urban transportation networks with multiple user classes»

*Criticados por su complejidad y dificultad de calibración*

- Necesario el desarrollo de modelos simplificados que contemplen el traspaso modal

